غير رسمي نصاب جي مطابق

رياضي

درسي ڪتاب

پيڪيج - اِي (درجو اٺون)

Directorate of Curriculum Assessment & Research (DCAR)

School Education & Literacy Department, Government of Sindh

Directorate of Literacy & Non-Fomal Education

غير رسمي تدريس جي طريقي مطابق

رياضي

درسي ڪتاب

پيڪيج - اِي (درجو اٺون)

ادارو خواندگي ۽ غيررسمي تعليم
ادارو نصاب، جائزو ۽ تحقيق
اسڪولن جي تعليم ۽ خواندگيءَ وارو کاتو
حڪومت سنڌ

هن ڪتاب جو تدريسي مواد غير رسمي مرڪزن جي شاگردن جي تعليمي ضرورتن کي مدنظر رکي ڪري حڪومت سنڌ پاران منظور ڪيل نصاب موجب ترتيب ڏنو ويو آهي. انهي سلسلي ۾ ڊائريڪٽوريٽ خواندگي ۽ غير رسمي تعليم، حڪومت سنڌ هن ڪتاب جي بهتري جي لاءِ توهان جي ڪارائتي راءِ جي آجيان ڪندي.

ليکڪ ۽ مرتب	سنڌيڪار	نصاب ۽ ڪتاب جي صوبائي جائزو ڪاميٽي
1. صغير احمد شيخ 2. ڊاڪٽر رضيه فقير محمد 3. آفتاب علي	1. ڊاڪٽر آصف شيخ 2. ظهير حسين عباسي	1. ظهير حسين عباسي 2. محمد يوسف چنا

نگران: اعليٰ: ڊاڪٽر فوزيہ خان، چيف ايڊوائزر، ڪريڪيولم ونگ، اسڪولن جي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ

نگران: عبدالجبار مري، ڊائريڪٽر، ڊائريڪٽوريٽ خواندگي ۽ غير رسمي تعليم، اسڪولن جي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ
نور احمد ڪوسو، ڊائريڪٽر، ادارو نصاب،جائزو ۽ تحقيق اسڪولن جي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ

نگران اشاعت: عابد حسين گِل، ڊپٽي چيف ايڊوائزر (JICA AQAL Project)
آصف ابرار، ايجوڪيشن اسپيشلسٽ (UNICEF Sindh, Karachi)

ٽيڪنيڪل معاملا: محمد يونس، ڪريڪيولم اسپيشلسٽ (JICA, AQAL Project)

انتظامي معاملا: وسيم احمد صديقي، ڊپٽي ڊائريڪٽر، عمران علي سومرو، ڪمپيوٽر پروگرامر، ادارو خواندگي ۽ غير رسمي تعليم، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ.
پريم ساگر، صوبائي ڪوآرڊينيٽر سنڌ، (JICA AQAL, Karachi)
فائقا لاکو، ٽريننگ آفيسر سنڌ، (JICA AQAL Project)
ريحانہ بتول، ايجوڪيشن آفيسر، (UNICEF Sindh, Karachi)

آزمائشي ڇاپو: سال 2025

ڪمپوزنگ، لي آئوٽ: فرحان جاويد، اڪمل شهزاد، JICA, AQAL Project، زاهد علي ابڙو DCAR

ٽيڪنيڪل ۽ مالي سهڪار: UNICEF Sindh, Karachi ۽ JICA AQAL Project

پيغام

قومن جي ترقيءَ جو دارومدار ماڻهن جي شعوري معلومات تي ٻڌل هوندو آهي ۽ انهي ڪري هر شخص لاءِ تعليم حاصل ڪرڻ لازمي آهي. اسلامي جمهوريه پاڪستان جي آئينِ جي شِق 25-A ۽ 37-B کان علاوه انساني حقن جي عالمي چارٽر جو پڻ مطالبو آهي تہ ملڪ جو هر شخص تعليم جي زيور سان سينگاريل هجي.

پاڪستان ۽ خاص طور تي سنڌ صوبي جي آباديءَ جو هڪ وڏو حصو علم جي روشني کان محروم آهي. هن وقت سنڌ ۾ خواندگي جي شرح 62 سيڪڙو کان بہ گهٽ آهي. سنڌ حڪومت جي ڪوشش آهي تہ هن شرح کي 2030ع تائين 85 سيڪڙو تائين پهچايو وڃي.

سنڌ صوبي ۾ تعليم کاتي، يونيسيف UNICEF، جائيڪا JICA، ڊائريڪٽوريٽ نصاب، جائزو ۽ تحقيق، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ ۽ مختلف ماهرن جي تعاون سان غير رسمي تعليم جي ڏِس ۾ مختلف مضمونن جا نصاب ترتيب ڏنا آهن. پهرئين مرحلي ۾ ابتدائي درجن جا نصاب مرتب ڪيا ويا. 2022ع ۾ ايليمينٽري درجن جا نصاب ترتيب ڏنا ويا. انهي نصاب جي تحت ايليمينٽري درجن جي سيني مضمونن جا درسي ڪتاب ۽ استادن جي لاءِ رهبر تيار ڪيا ويا آهن. جنهن جي مدد سان صوبي سنڌ جا شاگرد 18 مهينن ۾ ايليمينٽري تعليم مڪمل ڪري سگهندا. انهن درجن کي پيڪيج ڊِي ۽ اِي جا نالا ڏنا ويا آهن تہ جيئن اهي ٻار جيڪي ڪنهن بہ سبب جي ڪري اسڪولن ۾ رسمي تعليم جاري نہ رکي سگهيا ۽ انهن جي عمر وڌي وئي آهي تہ اُهي، هن تيز رفتار تعليم يعني 18 مهينن تي مشتمل ڪورس جي ذريعي تعليم مڪمل ڪري اليمينٽري جو سرٽيفڪيٽ حاصل ڪري سگهن.

سمورن استادن ۽ فيلڊ جي عملي کي گذارش ٿي ڪجي تہ اهي پنهنجا فرض خوش اسلوبيءَ سان انجام ڏين ۽ پڙهائي جي دوران پيش ايندڙ مسئلن سان اسان کي آگاهہ ڪن تہ جيئن انهي عمل ۾ بهتري آندي وڃي.

وڏي اميد آهي تہ نئين نصاب جي مطابق جوڙيل هي مواد غير رسمي تعليم جي ضرورتن جو بهتر انداز ۾ پورائو ڪندو.

زاهد علي عباسي

سيڪريٽري

تعليم ۽ خواندگي جو کاتو،

حڪومت سنڌ

پيش لفظ

ارڙهين آئيني ترميم کان پوءِ تعليم ۾ نصاب سازي جون ذميواريون صوبن جي حوالي ڪيون ويون آهن. انهي ڏس ۾ ڊائريڪٽوريٽ خواندگي ۽ غير رسمي تعليم، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ 2015 ۾ جاپان انٽرنيشنل ڪوآپريشن ايجنسي JICA، يونيسيف UNICEF ۽ ڊائريڪٽوريٽ نصاب، جائزو ۽ تحقيق، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتي جي تعاون سان غير رسمي تعليم جي حوالي سان ابتدائي درجن جي لاءِ مختلف مضمونن جا نصاب تيار ڪيا، جنهن کي پيڪيج اي، بي، سي جا نالا ڏنا ويا. انهي نصاب تحت درسي ڪتاب ۽ استادن جا رهبر پڻ تيار ڪيا ويا. مٿي ڄاڻايل نصاب ۽ ڪتابن جي تياري ۾ تعليمي ماهرن ۽ استادن تي مشتمل ڪاميٽيون جوڙيون ويون جن هِن ڪم ۾ ڀرپور حصو ورتو ۽ مواد کي دلچسپ، موثر ۽ لاڀائتو بڻائڻ جي پوري ڪوشش ڪئي آهي.

ابتدائي درجن تي عمل درآمد ڪرڻ دوران انهي ڳالهه جي ضرورت محسوس ڪئي وئي ته ايليمينٽري درجن جو نصاب پڻ تيار ڪرڻ گهرجي. اهڙيءَ ريت ڊائريڪٽوريٽ خواندگي ۽ غير رسمي تعليم، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتو، حڪومت سنڌ 2015ع ۾ جاپان انٽرنيشنل ڪوآپريشن ايجنسي JICA، يونيسيف UNICEF ۽ ڊائريڪٽوريٽ نصاب، جائزو ۽ تحقيق، اسڪولي تعليم ۽ خواندگي کاتي جي تعاون سان ايليمينٽري درجن جي مختلف مضمونن جي نصاب، درسي ڪتاب ۽ استادن جي رهبر کي تيار ڪرڻ جو سلسلو شروع ڪيو ويو. ڪلاس ڇهين ۽ ستين جي جڳهه تي پيڪيج ڊي رائج ڪيو ويو ۽ انين ڪلاس جي لاءِ پيڪيج اِي جوڙيو ويو.

سنڌي پيڪيج اِي جي درسي ڪتاب جي سبقن جي تياري ۾ نصاب ۾ ڏنل مهارتن، معيارن، سکيا جي حد، حاصلات تعليم، موضوع ۽ عنوانن سان گڏ تعليم جي بنيادي اصولن کي ذهن ۾ رکيو ويو آهي جهڙوڪ: آسان کان مشڪل، سادن کان پيچيده ۽ ظاهر کان ڳُجها تصور ۽ خيال شامل ڪيا ويا آهن. سبقن جي مشقن ۾ ٻولي جي سجاڳپ تي خاص توجهه ڏنو ويو آهي ۽ تعليمي حاصلات جو جائزو وٺڻ لاءِ مختلف نوعيت جا سوال پڻ شامل ڪيا ويا آهن.

’استادن جي رهبر‘ ۾ هر سبق جي سبقي خاڪي موجب موثر تدريسي طريقن ۽ سکيا ۾ مددگار ڳُرن جي نشاندهي ڪئي وئي آهي. سکيا جي سرگرمين ۾ تعليمي حاصلات جي لاءِ ذهني آمادگيءَ جي فن، سبق جي پيش ڪش سان گڏوگڏ عبارتن ۽ گرامر جو پڻ خاص خيال رکيو ويو آهي.

اميد ٿا ڪيون ته توهان انهي ’درسي ڪتاب‘ ۽ ’استادن جي رهبر‘ کي تعميري، تنقيدي نقطہ نظر سان ڏسندا ۽ انهي کي بهتر بڻائڻ لاءِ پنهنجي قيمتي راين سان نوازيندا.

خيرخواهه

عبدالجبار مري،
ڊائريڪٽر
ادارو خواندگي ۽ غير رسمي تعليم
حڪومت سنڌ

فهرست

يونٽ1 سيٽ تي عمل

حصو پهريون: عددن جا سيٽ

سرگرمي 1 (الف) سيٽ اسان جي زندگي ۾ -- رياضي سکو

ڪلاس ۾ چارٽ ڏيکاريو ۽ ان تي بحث ڪريو.- (استادن جي رهنمائي سرگرمي الف ڏسو)

سرگرمي1 (ب) (گفتگو) عددن جي اهميت: عدد ڇو اهم آهن؟

استاد ڳالھ ٻولھ جا اصول واضح ڪري پوءِ پهرين اهميت جو نقطو پڙهي ۽ شاگرد ان جا مثال ڏين.

ڪجھ مثالن کان پوءِ، استاد رهنمائي ڪري.

استاد:	(ٻارن جا ممڪن جواب)
وقت ڏسڻ ، معلوم ڪرڻ	ڏينهن ۽ رات ۾ ڪيترا ڪلاڪ آهن وقت ڏسڻ، صبح جو ڪم ڪرڻ، غسل ڪرڻ، ناشتو ڪرڻ، اسڪول يا ڪم لاءِ تيار ٿيڻ.
	هر موضوع ڪي اهميت ڏيڻ، تياري ڪرڻ، وضو ڪرڻ، نماز وقت تي ادا ڪرڻ
روزمره جي خرچن جو حساب رکڻ. بازار ۾ خريد ۽ وڪروڪرڻ. ڪا شئي وڪڻڻ اخبارپڙهڻ، ٽي وي ڏسڻ. گراف پڙهڻ.	زندگيءَ ۾ آسانيءَ سان حساب ڪتاب ڪري شين جي قيمت جو اندازو لڳائڻ ، حساب ڪتاب رکڻ پئسن جو حساب ڪتاب ڏنتو ڪرڻ ، باخبر رهڻ، عملي قدم کڻڻ ڪاروباري گراف پڙهڻ، خريداري ۽ وڪري جو اندازو لڳائڻ ملڪي درآمد ۽ برآمد جي حساب ڪي سمجھڻ زندگي ۾ سهولت پيدا ڪرڻ، موسم جي حالتن جو اندازو لڳائڻ
تعداد ظاهر ڪرڻ	مڪمل ڪي ظاهر ڪرڻ حصا ظاهر ڪرڻ، نفعو، نقصان، گرمي پد، پيداور، برسات

گفتگو جو فائدو: عددن جو علم اسان کي زندگي گذارڻ ۾ مدد ڪري ٿو.

سرگرمي 2: اچو تہ سجاڻو ۽ ورجايو.

عددن جا سيٽ ۽ انهن جون نشانيون	نالو	ڇا آهي
N= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}	قدرتي عدد	ڳڻپ لاءِ استعمال ٿيندا آهن، مقدار ظاهر ڪرڻ.
W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}	سجا عدد	قدرتي عددن جي سيٽ ۾ 0 جواضافو ڪريو تہ اهو سڄن عددن جو سيٽ سڏيو ويندو.
Z={…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}	مڪمل نمبر	واڌو قدرتي عددن ۽ڪاٽو قدرتي عددن تي مشتمل سيٽ، ۾'0' نہ واڌو نہ ڪاٽو آهي.
$Q = \left\{\frac{p}{q}, p \wedge q \in Q, q \neq 0\right\}$	ناطق عدد	ڪجهہ اهڙا مقدار آهن جن کي قدرتي عددن ۽ سڄن عددن سان بيان نٿو ڪري سگهجي. مثال: $\frac{9}{11}$:ناطق عدد $q \neq 0$, $\frac{p}{q}$ جي صورت ۾ ظاهر ڪيا آهن p ۽ q سجا عدد آهن پر انهن جي قيمت 0 نہ آهي.
E = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, …}	ٻڌي عدد	قدرتي عدد جيڪي 2 سان مڪمل طور تي ونڊجي سگهن.
O = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, …}	اڪي عدد	قدرتي عدد جيڪي 2 سان مڪمل طور تي ونڊجي نہ سگهجن.
P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, …}	مفرد عدد	اهي عدد جيڪي صرف 1 ۽ پنهنجي پاڻ سان ونڊجي سگهن.

مشق نمبر 1

سرگرمي1: عددن جي سيٽ جي سڃاڻپ ڪريو ۽ نشانيون لکو.

علامت	سيٽ	نمبر شمار
	$\{1,2,3,4,5,6,7,\ldots\}$	(i)
	$\{0,1,2,3,4,5,6,7,\ldots\}$	(ii)
	$\{\ldots,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,\ldots\}$	(iii)
	$\{2,4,6,8,10,\ldots\}$	(iv)
	$\{1,3,5,7,9,11,\ldots\}$	(v)
	$\{2,3,5,7,11,13,17,\ldots\}$	(vi)
	$\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{11}, -1, 0, -\frac{1}{3}\ldots\}$	(vii)

سرگرمي 2: هيٺ ڏنل سيٽن جي سڃاڻپ ڪريو ۽ نالا لکو.

نالو	سيٽ	نمبر شمار
	$\{2,3,4,5,6\}$	(i)
	$\{0,1,2,3,4\}$	(ii)
	$\{-2,-1,0,+1,+2\}$	(iii)
	$\{2,4,6,8,10,12\}$	(iv)
	$\{1,3,5,7,11,13\}$	(v)
	$\{2,3,5,7,11,13\}$	(vi)
	$\left\{\frac{1}{2},\frac{3}{4},0,-1,-2,-\frac{3}{5}\right\}$	(vii)

سرگرمي 3 (الف) : سيٽن جا نالا لکو.

سيٽ جو نالو	بيان	نمبر شمار
	قدرتي عددن جي سيٽ ۾ '0' ملائڻ سان کھڙن عددن جو سيٽ ٺهي ٿو؟	
	هڪ سيٽ ۾ '0' سان گڏ منفي عدد، مثبت عدد ۾ اٿيون هجن ته اهو ڪھڙو سيٽ هوندو؟	

سرگرمي 3 (ب): صحيح بيان جي سامهون ✓ ۽ غلط جي سامهون ✗ نشان لڳايو

	ناطق عددن جو سيٽ'0'، منفي عدد، مثبت عدد ۾ اٿيون تي مشتمل آهي.	
	هڪ سيٽ جنهن جا ميمبر 2 سان مڪمل ونڊجي سگهن ، ان کي ٻڌي عددن جو سيٽ چئبو آهي.	
	مفرد انگن جي جزن جو سيٽ صرف ٻن ميمبرن تي مشتمل آهي.	

حصو II: ماتحت سيٽ، واجب ۽ غير واجب ماتحت سيٽ

سرگرمي 4 : سيٽن جوپاڻ ۾ لاڳاپو

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 3\}, D = \{1, 2, 3, 4\}$

نشانين ۾ ظاهر ڪرڻ	سيٽن جو لاڳاپو	نمبر شمار
$B \subset A$	سيٽ B جا سڀ ميمبر سيٽ A جا ميمبر به آهن تنهنڪري سيٽ B ماتحت سيٽ آهي سيٽ A جو	(i)
$C \subset A$	سيٽ C جا سڀ ميمبر A جا به ميمبر آهي تنهنڪري سيٽ C ماتحت سيٽ آهي سيٽ A جو	(ii)
$A \subset D$	سيٽ A جا سڀ ميمبر D جا به ميمبر آهن تنهنڪري سيٽ A ماتحت سيٽ آهي سيٽ D جو	(iii)

ماتحت سيٽ جي نشاني '$\subset$'آهي

سرگرمي 5 (الف): واجب ۽ غير واجب ماتحت سيٽ (زباني سرگرمي)

سيٽن جو تعلق

-1 **سيٽ A ۽ B جي ميمبرن جو پاڻ ۾ تعلق**

(i) سيٽ B جا سڀ ميمبر سيٽ A جا ميمبر پڻ آهن تنهنڪري سيٽ B ماتحت سيٽ آهي سيٽ A جو ۽ سيٽ A بالا سيٽ آهي سيٽ B جو.

(ii) ڇا سيٽ A ۽ سيٽ B برابر سيٽ آهن؟ $A \neq B$ (نہ)

(iii) ان ڪري سيٽ B سيٽ A جو ماتحت سيٽ آهي $B \subset A$.

-2 **سيٽ B ۽ سيٽ C جي ميمبرن جو پاڻ ۾ تعلق:**

(i) سيٽ B جا سڀ ميمبر سيٽ C جا ميمبر پڻ آهن ان ڪري سيٽ B واجب ماتحت سيٽ آهي سيٽ C جو

(ii) ڇا سيٽ B ۽ سيٽ C برابر سيٽ آهن؟ $B = C$ (ها)

(iii) ان ڪري سيٽ B سيٽ C جو واجب ماتحت سيٽ آهي $B \subseteq C$

-3 **علامتن وسيلي سيٽن جو پاڻ ۾ تعلق:**

(i) جيڪڏهن $A=\{a,b\}$ ۽ $B=\{b\}$ هجي تہ سيٽ B جو سيٽ A سان تعلق ٻڌايو.

(ii) $B=\{4,5\}$ ۽ $A=\{1,4,5,6\}$ هجي تہ سيٽ B جو سيٽ A سان تعلق ٻڌايو.

(iii) $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c\}$ هجي تہ سيٽ A ۽ سيٽ B ڪهڙا ماتحت سيٽ آهن؟

(iv) $Q=\{x,y,z\}$، $P=\{x,y,z\}$ هجن تہ P ۽ Q ڪهڙا ماتحت سيٽ آهن؟

حصو ٽيون : سگھہ سيٽ

سرگرمي(a) 6: اچو تہ ماتحت سيٽ لکون:

مثال نمبر1:

$A = \{1, 2\}$

$= \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{\ \}$

انهن سيني ماتحت سيٽن جو سيٽ A جو سگھہ سيٽ سڏيو ويندو آهي

$P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{\ \}\}$

سگھہ سيٽ: ڪنهن سيٽ جي سيني ماتحت سيٽن تي مشتمل سيٽ هوندو آهي جنهن کي P سان ظاهر ڪبو آهي

مثال نمبر2:

$B = \{a, b, c\}$

$P(B) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\ \}\}$

مشق نمبر 3

حل ڪريو

(i)	$A = \{3, 4\}$	$P(A) =$
(ii)	$T = \{a, b, c\}$	$P(T) =$
(iii)	$B = \{1\}$	$P(B) =$
(iv)	$N = \{N, O, R\}$	$P(N) =$
(v)	$X = \left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{e}\right\}$	$P(X) =$
(vi)	$R = \{100, 101\}$	$P(R) =$

حصوچوڻون : ڊي مارگن جي قانون جي تصديق ڪرڻ

اسان ڪائناتي سيٽ ۽ ڪامپليمينٽ سيٽ ڪي ورجائيندااسين.

ڪائناتي سيٽ: Universal Set

اهڙو سيٽ جنهن ۾ بحث هيٺ آيل معاملن سان تعلق رکندڙ سيئي رڪن موجود هجن.

مثال طور: جيڪڏهن اسان قدرتي عددن تي غور ڪريون پيا، ته ڪائناتي سيٽ سيني قدرتي عددن جو سيٽ هوندو آهي.

جيڪڏهن اسان ڪارن تي غور ڪريون ٿا ته پوءِ ڪائناتي سيٽ ۾ سيئي ڪارون شامل هونديون.

ڪائناتي سيٽ کي U سان ظاهر ڪبو آهي-

سيٽن جو ڪامپليمينٽ:

جيڪڏهن U هڪ ڪائناتي سيٽ آهي ۽ A سيٽ ان جو ماتحت سيٽ هجي ته U-A کي سيٽ A جو ڪامپليمينٽ سيٽ A' سڏيو ويندو-

مثال نمبر1:

جيڪڏهن $A = \{1, 2\}$ ۽ $U = \{1, 2, 3, 4\}$ هجي ته

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4\} - \{1, 2\}$

جواب: $A' = \{3,4\}$

مثال نمبر2:

جيڪڏهن $B = \{a, b, 5\}$ ۽ $U = \{a, b, c, 5, 6\}$ هجي ته

$B' = U - B = \{a, b, c, 5, 6\} - \{a, b, 5\}$

جواب: $B' = \{c, 6\}$

ڊي مارگن جو قانون: (i) $(A\cup B)' = A'\cap B'$

(ii) $(A\cap B)' = A'\cup B'$

مثال نمبر1:

جيڪڏهن $B = \{2, 3, 4\}$، $A = \{1, 2, 3\}$ ۽ $U = \{1, 2, 3, 4\}$ هجي ته ڊي مارگن جي قانون جي تصديق ڪريو

ڊي مارگن جو قانون: (i) $(A\cup B)' = A'\cap B'$ (ii) $(A\cap B)' = A'\cup B'$

(i) $(A\cup B)' = A'\cap B'$

L.H.S. $(A\cup B)' = U - \{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\}$

$= U - \{1, 2, 3, 4\}$

$= \{\ \}$

R.H.S. $A' = U - A$

$= \{1, 2, 3, 4\} - \{1,2,3\}$

$= \{4\}$

$B' = U - B$

$= \{1, 2, 3, 4\} - \{2,3,4\}$

$= \{1\}$

$A'\cap B' = \{\ \} \cap \{1\}$

$= \{\ \}$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S. ثابت ٿيو ته

(ii) $(A\cap B)' = A'\cup B'$

L.H.S. $(A\cap B)' = \cup - (A \cap B)$

$A\cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}$

$(A\cap B)' = U - (A\cap B)' = \{1, 2, 3, 4\} - \{2, 3\}$

$= \{1, 4\}$

R.H.S. $A'\cup B'$

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4\} - \{1, 2, 3\}$

$A' = \{4\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4\} - \{2, 3, 4\}$

$B' = \{1\}$

$A'\cup B' = \{4\} \cup \{1\}$

$A'\cup B' = \{1, 4\}$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S. ثابت ٿيو ته

مشق نمبر 4

ڊي مارگن جي قانونن جي تصديق ڪريو.

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ **(ii)** $(A \cap B)' = A' \cup B'$

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$
2. $U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d\}$
3. $U = \{-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3\}$, $A = \{+1, +2, +3\}$, $B = \{-1, -2, -3\}$

حقيقي عدد

يونٽ2

حصو I : ناطق ۽ غير ناطق عدد

ناطق عدد:

اهڙا عدد جيڪي $\frac{p}{q}$ جي صورت ۾ لکي سگهجن (جيڪڏهن p ۽ q حقيقي عدد آهن ۽ $q \neq 0$ هجي) انهن کي ناطق عدد چئبو آهي ناطق عددن کي Q سان ظاهر ڪبو آهي-

(i) اهي مثبت ۽ منفي ٿي سگهن ٿا.

(ii) حقيقي عدد بہ ناطق عدد آهن ڇاڪاڻ تہ اهي پڻ $\frac{p}{q}$ جي صورت ۾ لکي سگهجن ٿا

مثال طور ڏهائي اٽپور 125,1.2,13.04 پڻ ناطق عدد آهن .ڇاڪاڻ تہ اسان انهن کي هيٺين ريت پڻ لکي سگهون ٿا.

$$125 = \frac{125}{1}, 1.2 = \frac{12}{10}, 13.04 = \frac{1304}{100}$$

ساڳي طرح 0.123 کي بہ $\frac{p}{q}$ جي صورت لکي سگهجي ٿو- يعني

$$0.123 = \frac{0123}{1000} = \frac{123}{1000}$$

غير ناطق عدد:

اهڙا عدد جيڪي $\frac{p}{q}$ جي صورت ۾ نہ لکي سگهجن ۽ انهن جو نتيجو هڪ ختم ٿيندڙ ڏهائي اٽپوريا ورجندڙ ڏهائي اٽپور نہ اچي تہ انهن کي غير ناطق عدد چئبو آهي- غير ناطق عددن کيQ سان ظاهر ڪبو آهي-

مثال طور: هڪ گول جي قطر ۽ گول جي گهيري جي وچ ۾ نسبت مستقل رهي ٿي. تنهنڪري اهو هڪ غير ناطق عدد آهي. ساڳي طرح ...0.333 ۽...0.111 بہ غير ناطق عدد آهن.

(i) مثال طور: ختم نہ ٿيندڙ اٽپور ۽، ورجندڙ ڏهائي اٽپور جهڙوڪ 1.73

چاڪاڻ تہ انهن کي $\frac{p}{q}$ جي شڪل ۾ لکڻ ممڪن ناهي 1.7320508

(ii) اهي انگ جن جومڪمل چورس نہ لهي سگهجي، اهي غير ناطق عدد آهن . مثال طور، $\sqrt{2}$،$\sqrt{3}$،$\sqrt{5}$ وغيره .جڏهن تہ ناطق عدد جو پورو چورس حاصل ڪري سگهجي ٿو، مثال طور $\sqrt{9}$،$\sqrt{125}$

سرگرمي1: ختم ٿيندڙ / ورجندڙ:

هيٺ ڏنل مثالن تي غور ڪريو.

مثال نمبر1: $\frac{3}{5}$ کي ڏهائي اٽپور ۾ تبديل ڪريو.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.6 \\ \hline
5 & 30 \\
 & 30 \\ \cline{2-2}
 & 0 \\ \cline{2-2}
\end{array}
$$

$\frac{3}{5} = 0.6$ جواب =

اهو هڪ ختم ٿيندڙ ڏهائي اٽپور آهي ۽ هڪ ناطق عدد آهي.

مثال نمبر2: $\frac{10}{9}$ کي ڏهائي اٽپور ۾ تبديل ڪريو.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.111\ldots \\ \hline
9 & 10 \\
 & -9 \\ \cline{2-2}
 & \;\;10 \\
 & \;\;-9 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;10 \\
 & \;\;\;\;-9 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;\;\;10 \\
 & \;\;\;\;\;\;-9 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;\;\;\;\;1 \\ \cline{2-2}
\end{array}
$$

$\frac{10}{9} = 1.111\ldots$ جواب =

اهو هڪ نہ ختم ٿيندڙ ۽ ورجندڙ ڏهائي اٽپور آهي.

اسان ڪنهن بہ ڏهائي اٽپور کي حل ڪري معلوم سگهون ٿا تہ اهو هڪ ختم ٿيندڙ ڏهائي اٽپور يا ورجندڙ ڏهائي اٽپور يا ناطق عدد آهي.

حصو II : حقيقي عدد

حقيقي عدد:

ناطق عددن جو سيٽ Q ۽ غير ناطق عددن جو سيٽ Q جو ميلاپ (Union) کي حقيقي عددن جو سيٽ سڏيو ويندو آهي .انکي R سان ظاهر ڪبو آهي

$$R = Q \cup Q'$$
$$= \{x \mid x \in Q \vee x \in Q'\}$$

حقيقي عددن کي انگي ليڪ تي ظاهر ڪري سگهجي ٿو .سيئي عدد حقيقي عددن جا ماتحت سيٽ آهن.

$$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$$

مشق نمبر 1

سرگرمي 2 (الف): ختم ٿيندڙ ۽ نہ ورجندڙ ڏهائي اڀپور معلوم ڪريو.

(i) $\frac{-4}{5}$ (ii) $\frac{1}{7}$ (iii) $\frac{1}{11}$

(iv) $\frac{1}{2}$ (v) $-\frac{2}{9}$ (vi) 2 (vii) 4

سرگرمي 2 (ب): سچاڻو ۽ (✓) جو نشان لڳايو.

نمبر شمار	عدد	ناطق عدد	غيرناطق عدد
1	$\frac{1}{2}$		
2	$\frac{-3}{5}$		
3	2		
4	$\frac{-3}{7}$		
5	$\sqrt{25}$		
6	4.755		
7	$\sqrt{9}$		
8	0.333		

9	$\sqrt{3}$		
10	$\sqrt{7}$		
11	$\sqrt{64}$		
12	$\frac{1}{7}$		
13	$\sqrt{25}$		

حصوٽيون: پيو مول

اسان پڙهيو آهي تہ هڪ عدد کي پاڻ سان ضرب ڪرڻ تي حاصل ٿيندڙ عدد کي چورس عدد چئبو آهي ۽ ان نمبر کي چورس جو پيومول چئبو آهي .مثال طور

$5 \times 5 = 25$

هتي 25 هڪ چورس عدد آهي ۽ 5 ان جو چورس پيومول سڏيو ويندو آهي .

نشانين ۾ هن طرح لکيو ويو $\sqrt{25} = 5$

چورس کي ٻن طريقن سان معلوم ڪيو ويندو آهي.

(i) ونڊ واري طريقي سان

(ii) مفرد جزن جي طريقن سان

(i)

ونڊ جو طريقو:

هن طريقي ۾ جنهن عدد جو پيومول معلوم ڪرڻ هوندو آهي

☑ ان جي ساڄي پاسي کان جوڙا ناهڻ شروع ڪبا .مثال طور

☑ $\hat{2}\,\overline{04}\,\overline{49}$ $\hat{2}\,,\overline{04}\,,\overline{49}$

☑ جيڪڏهن عدد هڪ آهي تہ کوڙو پڙهبو تہ جيئن ان جي ويجهو اچي وڃجي .
جيڪڏهن ہ عدد آهن تہ هڪ جوڙو ناهبو ۽ هڪ عدد معلوم ڪبو جنهن کي پاڻ سان ضرب ڪرڻ سان ونڊجندڙ عدد جي برابر يا ان کان گهٽ عدد حاصل ٿيندو. پوءِ ڪٽ جو عمل ڪريو ۽ عمل بند ٿي ويندو .اهڙيءِ طرح ونڊ جو عمل مڪمل ڪريو.

☑ جيڪڏهن تي عدد آهن مثال طور: $\widehat{2}\,\overline{25}$ تہ پوءِ پهرين عدد تي ڪوڙو پڙهبو .ان ڪان پوءِ ڪٽ ڪريو باقي جوڙو بچيل انگ جي ساڄي پاسي ڪان رکو، جيڪو نئون عدد ناهي تو .اهڙيءِ طرح وند جو عمل ڪي مڪمل ڪريو.

هينيان مثال ڏسو:

سرگرمي3:

تقسيم جو طريقو:

مثال نمبر:1 64 جو پيو مول لهو

$$
\begin{array}{r|l}
 & 8 \\
\hline
8 & \overline{64} \\
 & -64 \\
\hline
 & 0 \\
\hline
\end{array}
$$

$= \sqrt{64} = 8$ جواب

مثال نمبر:2 225 جو پيو مول لهو

$$
\begin{array}{r|l}
 & 15 \\
\hline
1 & \widehat{2}\,\overline{25} \\
 & -1 \\
\hline
25 & 125 \\
 & -125 \\
\hline
 & \ \ 0 \\
\hline
\end{array}
$$

$= \sqrt{225} = 15$ جواب

(ii) مفرد جزن ذريعي پيو مول لهو:

مثال نمبر:1 144 جو پيو مول لهو

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 144 \\
\hline
2 & 72 \\
\hline
2 & 36 \\
\hline
2 & 18 \\
\hline
3 & 9 \\
\hline
3 & 3 \\
\hline
 & 0 \\
\hline
\end{array}
$$

جزن جي ضرب اپتن جا جوڙا ٿاهيو.

$$= \overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2} \times \overline{3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$= 12$$

$= \sqrt{144} = 12$ جواب

مثال نمبر:2 $\frac{81}{64}$ جو ٻيو مول لهو

انس	چيد
$\begin{array}{r\|l} 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 0 \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 0 \end{array}$

جزن جي ضرب اپتن جا جوڙا ٿاهيو.

$$= \overline{3 \times 3} \times \overline{3 \times 3} \quad ; \quad = \overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2}$$

$$= 3 \times 3 \quad ; \quad = 2 \times 2 \times 2$$

$$= 9 \quad ; \quad = 8$$

$= \sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{9}{8}$ جواب

مثال نمبر:3 0.64 جو ٻيو مول لهو

$$0.64 = \frac{64}{100}$$

هاڻي انس ۽ چيد جو الڳ الڳ ٻيومول لهو.

$\begin{array}{r\|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 0 \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 0 \end{array}$

جزن جي ضرب اپتن جا جوڑا ناهيو.

$= \overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2} \quad ; \quad = \overline{2 \times 2} \times \overline{5 \times 5}$

$= 2 \times 2 \times 2 \quad ; \quad = 2 \times 5$

$= 8 \quad ; \quad = 10$

$= \sqrt{64} \quad ; \quad = \sqrt{100}$

$= 8 \quad ; \quad = 10$

جواب $\frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \quad 0.8$

مثال نمبر:4 0.09 جو ٻيو مول لهو

$$0.09 = \frac{9}{100}$$

هاڻي انس ۽ ڇيد جو الڳ الڳ ٻيومول لهو.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

جزن جي ضرب اپتن جا جوڑا ناهيو.

$= \overline{3 \times 3} \quad ; \quad = \overline{2 \times 2} \times \overline{5 \times 5}$

$= 3 \quad ; \quad = 2 \times 5$

$= 3 \quad ; \quad = 10$

$= \sqrt{9} \quad ; \quad = \sqrt{100}$

$= 3 \quad ; \quad = 10$

جواب $\frac{3}{10} = \quad 0.3$

مشق نمبر 2

سرگرمي 4:

سوال1 : هيٺين جو مڪمل چورس لهو.

(i) 10 (ii) 12 (iii) 16 (iv) 33

سوال2: ٻيومول لهو، ونڊ ذريعي.

(i) 81 (ii) 1025 (iii) 1600 (iv) 961

(v) $\frac{64}{121}$ (vi) $\frac{169}{289}$ (vii) $1\frac{25}{144}$ (viii) $\frac{144}{225}$

(ix) 7.84 (x) 30.25 (xi) 5.29 (xii) 10.21

سرگرمي5:

اهڙن عددن جوٻيو مول معلوم ڪرڻ جيڪي مڪمل چورس نہ آهن.

اسان انهن عددن جو ٻيومول پڻ لهي سگهون ٿا جيڪي مڪمل چورس نہ آهن . مثال طور $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{7},\sqrt{17}$ وغيره. اسان گهربل ڏهائي درجي تائين ٻڙين جي جوڙن جو واڌارو ڪنداسين ۽ ونڊ جي طريقي سان ٻيومول لهنداسين. هيٺ ڏنل مثال ڏسو.

مثال نمبر1 : 2 جو ڏهائيءَ جي ٻن درجن تائين ٻيومول لهو:

	1.41
1	2.0000
1	-1
24	100
4	–96
281	400
1	–281
282	19

تنهنڪري، $\sqrt{2} = 1.41$

مثال نمبر:2 30.2 جو ڏهائيءَ جي ٻن درجن تائين ٻيومول لهو:

	5.499
5	30.200000
5	-25
104	520
4	–416
1049	10400
9	–9441
10589	95900
9	–95301
10589	599

تنهنڪري، $\sqrt{30.2} = 5.499$

حقيقي زندگي ۾ ٻئي مول تي مشتمل حسابي مسئلا

مثال نمبر:1 اسڪول جي اڱڻ ۾ 121 انبن جا ٻوٽا لڳايا ويا .هر قطار ۾ ايترا ٻوٽا آهن جيترين قطارون آهن ته هر قطار ۾ ٻوٽن جو تعداد لهو.

	11
1	121
1	-1
21	21
1	-21

تنهنڪري، مجموعي 11 قطارون آهن.

مثال نمبر:2 چورس شڪل واري زمين جي ايراضي 225 چورس ميٽر آهي ته ان جي هر پاسي جي ماپ ڇا ٿيندي؟

	15
1	225
1	-1
25	125
5	–125
30	0

ان ڪري، هر پاسي جي ماپ 15 ميٽر ٿيندي

مثال نمبر3: هڪ اسڪول اسيمبلي ۾ 625 شاگردن شرڪت ڪئي .هر قطار ۾ ايترا شاگرد هئا جيترين قطارون هيون تہ قطارن جو تعداد لکو.

	25
2	625
2	– 4
45	225
5	– 225

تنهنڪري، هر قطار ۾ 25 شاگرد آهن

مثال نمبر4: هڪ نمائش ۾ ايترين قطارون هيون جيترا رانديڪا ڏيکاريا ويا جيڪڏهن رانديڪن جو تعداد 1089 هجي تہ ان جون ڪيترين قطارون آهن؟

	33
3	1089
3	– 9
63	189
3	–189
66	0

تنهن ڪري، مجموعي 33 قطارون آهن.

مشق نمبر 3

سرگرمي6 :

سوال1: **هيٺين جوپيومول ڏهائي جي پن درجن تائين لکو.**

(i) 5 (ii) 13 (iii) 180 (iv) 2.5

(v) 44.7 (vi) 600.69

سوال2: **ڪنهن پاڙي ۾ جيترين گهٽيون اوترا گهر آهن .جيڪڏهن گهرن جو ڪل تعداد 81 آهي، تہ گهرن جون ڪيترين قطارون هونديون؟**

سوال3: **اهو ڪهڙو انگ آهي جنهن کي جيڪڏهن پاڻ سان ضرب ڪيو وڃي تہ 100 حاصل ڪيو ويندو آهي.**

سوال4: **هڪ تنظيم خيرات لاء فنڊ گڏ ڪيو .جيترا بہ ماڻهو هئا، انهن سڀني هڪ ئي رقم ڏني .جيڪڏهن مجموعي رقم 3364 رپيا گڏ ڪيا ويا تہ ٻڌايو تہ هر هڪ شخص ڪيترو حصو ڏنو؟**

سوال5: هڪ آڊيٽوريم ۾ اوترا ئي چارٽ لڳل آهن جيترين قطارون جيڪڏهن مجموعي طور 1089 چارٽ لڳل هجن تہ ٻڌايو تہ انهن جون ڪيترون قطارون آهن؟

سوال6: هڪ چورس ڪمري ۾ ڪل 121 ٽائل لڳل آهن تہ هر پاسي ڪيترين ٽائل لڳل هيون؟

سوال7: چورس ميدان جي ايراضي 1849 چورس ميٽر آهي تہ هر طرف جي ماپ ڪيتري هوندي؟

حصو IV: ڪعب ۽ ڪعب روٽ

ڪعب هڪ عدد آهي جيڪو 3 جي قوت ۾ ڏيکاري توان جو مطلب تہ انگ پاڻ ڪي ٽي ڀيرا ضرب ڏئي تو

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

8 هڪ ڪعبي نمبر آهي جڏهن تہ 2 ان جو ڪعبي ان جو روٽ آهي .تنهنڪري 8 ڪعب جي بنياد 2 آهي ان ڪي علامت جي طورتي لکبو $\sqrt[3]{8}$.آهي

هينيان مثال ڏسو.

مثال نمبر1: $1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$ يعني '1' جو ڪعب روٽ '1' آهي تنهن ڪري، '1' ڪعب جو بنياد '1' آهي

مثال نمبر2: $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ '27' جوڪعب جو بنياد '3' آهي $\sqrt[3]{27}$

مثال نمبر3: $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$ '125' ڪعب جو بنياد '5' آهي $\sqrt[3]{125}$

مڪمل ڪعب: اهو هڪ عدد آهي جيڪو پوري عدد ڪي پاڻ ۾ ٽي ڀيرا ضرب ڪرڻ سان حاصل ٿئي ٿو

سرگرمي 7:

مثال نمبر1: $(7)^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

مثال نمبر2: $(10)^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

مثال نمبر3: $(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2 = 1.808$

تنهنڪري، 7 جو مڪمل ڪعب 343, آهي 10 جو مڪمل ڪعب 1000, آهي 1.2 جومڪمل ڪعب 1.728, آهي.

مشق نمبر 4

سرگرمي8:

سوال1: ڪعب روٽ ۽ ڪعب کي الڳ الڳ خانن ۾ لکو.

نمبر	مثال	ڪعب روٽ	ڪعب
i	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$		
ii	$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$		
iii	$6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$		
iv	$9 \times 9 \times 9 = 9^3 = 729$		
v	$10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$		

سوال2: هيٺ ڏنل عددن جو ڪعب لهو ۽ خالي خاني ۾ لکو.

نمبر	عدد	ڪعب روٽ
i	5	
ii	7	
iii	11	
iv	12	
v	14	

سوال3: هيٺ ڏنل عددن جو ڪعب روٽ لهو ۽ خالي خاني ۾ لکو.

نمبر	نمبر	ڪعب روٽ
i	64	
ii	81	
iii	341	
iv	512	
v	0.5	

سوال4:   هيٺين مان ڪعب ۽ چورس الڳ ڪريو.

نمبر	نمبر	ڪعب	چورس
i	8		
ii	27		
iii	64		
iv	25		
v	625		

يونٽ3 عددي نظام

حصو پهريون: 2، 5، 8 ۽ 10 بنياد تي مشتمل عددي سرشتن جي وصف

سرگرمي:1 ڳالهه ٻولهه (ڏهائي نظام کان آگاهي)

-1 اسان حساب ڪتاب رکڻ لاءِ ڪهڙا عدد استعمال ڪندا آهيون.سيني شاگردن جي جوابن کي ڏسي، استاد پڇندو ته انهن عددن مان ڪيترا عدد واحد انگ تي ٻڌل آهن؟

-2 شاباش !اسان ڳڻپ لاءِ هيٺ ڏنل عدد استعمال ڪندا آهيون.

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

- 3 اهي ڪيترا آهن؟ (ڳڻيو) (ڏهه)

-4 جيڪڏهن اسانکي 10 شيون لکڻيون هجن ته اسان ڇا ڪنداسين؟

'1' ۽ '0' ملائڻ سان عدد (10 ڏهه) ٺهندو.

-5 ڇا 10 ڏهه هڪ الڳ عدد آهي؟ (نه)

اسان انهن ئي عددن مان ٻه عدد '1' ۽ '0' کي ملائڻ سان ڏهه جو نشان '10' ناهيون ٿا-

-6 هن سرشتي کي اسين ڏهائي نظام چوندا آهيون ڇاڪاڻ ته ان جو بنياد ڏهن تي مشتمل هوندو آهي .هن ۾ ڏهه انگ آهن، ان جو بنياد (سگهه) 10 آهي ان ۾ ضرب، ونڊ آسانيءَ سان ڪري سگهجي ٿي.

هن نظام ۾ هرعدد 10 جي سگهه تي مشتمل آهي-

مثال طور: 12 کي اسان ڏهائي سگهه ۾ decimal power بيان ڪنداسين:

$12 = 10 + 2$ جيئن $1^0 = 1$

$= 10^1 + 2 \times 10^0$

مثال: ساڳي طرح 2546 کي ڏهائي بنياد decimal base ۾ بيان ڪري سگهون ٿا جيئن ته بنياد 10 آهي تنهن ڪري ان کي 10 سان ونڊ ڪريو ۽ پاڇي اڳيان لکو. هن عمل کي جاري رکو جيستائين ونڊجندڙ جو تعداد ننڍو ٿي وڃي.

10	2546
10	254 – 6
10	25 – 4
	2 – 5

تنهن ڪري، $2546 = 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

مشق نمبر 1

سوال1: ڏهائي بنياد ۾ ظاهر ڪريو.

(i) 25 (ii) 149 (iii) 650 (iv) 1000
(v) 9576 (vi) 98079

دنيا جي ترقيءَ ۾ ايٽمي طاقت، ڪمپيوٽر، سيٽلائيٽ جو استعمال ۽ خلائي ڊوڙ جهڙن اهم معاملن کي اهميت حاصل آهي .اڄ جو دور سائنس ۽ ٽيڪنالاجي جو دور آهي .هر ڪم مشينن ذريعي بهتر طريقي سان ڪرڻ جي ضرورت آهي .سائنسي ايجادن جي رفتار ايتري تيز آهي جو اسان کي معلومات حاصل ڪرڻ ۽ انساني ڀلائي جا ڪم ڪرڻ لاءِ هڪ عددي نظام کان علاوه ٻين عددي نظامن جي ضرورت پڻ پوي ٿي.
اچو تہ! ٻين بنيادن جي عددي نظامن بابت ڄاڻ حاصل ڪريون.

(i) ٻن بنيادن وارو عددي سرشتو:

(الف) ٻہ بنياد وارو نظام يا بائنري سسٽم:

هن نظام جوبنياد ٻہ آهي، يعني بنياد ٻہ هجڻ ڪري ان ۾ ٻہ عدد استعمال ٿين ٿا '0' ۽ '1' هن نظام جو وڏو عدد '1'آهي جهڙي ريت ڏهائي نظام (decimal system) ۾ ڏهن جو تعداد ظاهر ڪرڻ لاءِ 9 ۾ "1" جوڙ ڪري 10 حاصل ٿين ٿا ساڳئي طريقي سان 1 ۾ 1 جوڙ ڪبا تہ ٻہ نهي ٿو .انکي 10 لکجي ٿو ۽ هڪ ٻڙي ٻڙهجي ٿو. ان کي ٻہ بنياد ۾ علامت طور تي 10_2 لکجي ٿو.

(ب) پنج بنياد (خمسي نظام):

هن نظام جو بنياد 5 آهي. يعني بنياد 5 هجڻ ڪري هن نظام ۾ 5 عدد 0 ،1 ،2 ،3 ،4 استعمال ڪيا ويندا آهن.

جيئن ڏهائي نظام ۾ 10 جي تعداد کي ظاهر ڪرڻ لاءِ '0' ۽ '1' ملائڻ سان '10' ساڳيءَ طرح، سان چار ۾ هڪ جوڙ ڪرڻ سان پنج ملندا. '0' ۽ '1' ملائڻ سان '10' پنجن کي ظاهر ڪن ٿا. پنج بنياد ۾ 5 کي 10_5 سان ظاهر ڪبو آهي.

(ج) اٺ بنياد:

هن نظام جو بنياد 8 اٺ آهي. يعني بنياد اٺ هجڻ ڪري هن نظام ۾ اٺ عدد 0 ،1 ،2 ،3 ،4 ،5 ،6 ،7 استعمال ڪيا ويندا آهن.

جيئن ڏهائي نظام ۾ 10 جي تعداد کي ظاهر ڪرڻ لاءِ '0' ۽ '1' ملائڻ سان '10' ساڳيءَ طرح، سان ست ۾ هڪ جوڙ ڪرڻ سان اٺ ملندا، '0' ۽ '1' ملائڻ سان '10' اٺ کي ظاهر ڪن ٿا. 8 بنياد ۾ 8 کي 10_8 ظاهر ڪبو آهي.

(ii) انگن کي ڏهائي نظام مان ٻين عددي نظامن ۾ تبديل ڪرڻ:

(الف) ڏهائي عددن کي ٻه بنياد ۾ تبديل ڪرڻ:

مثال نمبر1: 11 کي ٻه نياد ۾ لکو.

حل: اسان ان لاءِ ونڊ وارو عمل ڪندا آهيون.

11 کي بار بار 2 سان ونڊ ڪبو

اهو عمل جاري رکو جيستائين پاڇي 1.بچي

	11
2	11
2	5 – 1
2	2 – 1
	1 – 1

تنهنڪري، $11 = 1111_2$

مثال نمبر2: 205 کي ٻه نياد ۾ لکو.

حل:

2	205
2	102 – 1
2	51 – 0
2	45 – 1
2	22 – 1
2	11 – 0
2	5 – 1
2	2 – 1
	1 – 0

تنهنڪري، $205 = 101101101_2$

(ب) ڏهائي عددن کي پنج بنياد ۾ تبديل ڪرڻ:

مثال نمبر1: 697 کي پنج بنياد ۾ لکو.

حل:

5	697
5	139 – 2
5	27 – 4
	5 – 2

تنهنڪري، $697_{10} = 5242_5$

مثال نمبر2: 4085 کي پنج بنياد ۾ لکو.

حل:

5	4085
5	817 – 0
5	163 – 2
5	32 – 3
5	6 – 2
	1 – 1

تنهنڪري، $4085_{10} = 12320_5$

(ج) ڏهائي عددن کي اٺ بنياد ۾ تبديل ڪرڻ

مثال نمبر1: 968کي اٺ بنياد ۾ تبديل ڪريو

حل:

8	968
8	121 – 0
8	15 – 1
	1 – 7

تنهنڪري، $968_{10} = 1710_8$

مثال نمبر2: 1979_{10}کي اٺ بنياد ۾ تبديل ڪريو

حل:

8	1979
8	247 – 3
8	30 – 7
	3 – 6

تنهنڪري، $1979_{10} = 3637_8$

مشق نمبر 2

هيٺين کي ٻہ بنياد، پنج بنياد ۽ اٺ بنياد ۾ تبديل ڪري لکو.

ڏهائي نظام	ٻہ بنياد	پنج بنياد	اٺ بنياد
12			
50			
89			
109			
150			

(iii) ٻين عددي نظامن مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪرڻ:

(الف) ٻہ بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪرڻ:

مثال نمبر:1 ٻہ بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪريو:

(i) 11_2 (ii) 101_2 (iii) 101010_2

حل:

(i) $11_2 = 1 \times 10_2^1 + 1 \times 10_2^0 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 2 + 1 = 3$

(ii) $101_2 = 1 \times 10_2^2 + 0 \times 10_2^1 + 1 \times 10_2^0$

$= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$= 1 \times 4 + 0 \times 1 + 1 \times 1 = 4 + 0 + 1 = 5$

(iii) $101010_2 = 1 \times 10_2^5 + 0 \times 10_2^4 + 1 \times 10_2^3 + 0 \times 10_2^2 + 1 \times 10_2^1 + 0 \times 10_2^0$

$= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

$= 1 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$

$= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 = 32 + 8 + 2 = 42$

(ب) پنج بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪرڻ:

مثال نمبر1 : پنج بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪريو

(i) 43_5 (ii) 1430_5 (iii) 30414_5

حل:

(i) $43_5 = 4 \times 5^2 + 3 \times 5^0$

$= 4 \times 5 + 3 \times 1 = 20 + 3$

$43_5 = 23$

(ii) $1430_5 = 1 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 0 \times 5^0$

$= 1 \times 125 + 4 \times 25 + 3 \times 5 + 0 \times 1$

$= 125 + 100 + 15 + 0$

$1430_5 = 240$

(iii) $30414_5 = 3 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 4 \times 5^0$

$= 3 \times 625 + 0 \times 125 + 4 \times 25 + 1 \times 5 + 4 \times 1$

$= 1875 + 0 + 100 + 5 + 4$

$30414_5 = 1984$

(ج)   اٺ بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪرڻ

مثال نمبر1 : اٺ بنياد مان ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪريو

(i) 505_8 (ii) 2436_8 (iii) 71503_8

حل:

(i) $505_8 = 5 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 5 \times 8^0$

$= 5 \times 64 + 0 \times 8 + 5 \times 1 \quad = 69 + 0 + 5$

$505_8 = 74$

(ii) $2436_8 = 2 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0$

$= 2 \times 512 + 4 \times 64 + 3 \times 8 + 6 \times 1$

$= 1024 + 256 + 24 + 6$

$2436_8 = 1310$

(iii) $71503_8 = 7 \times 8^4 + 1 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 3 \times 8^0$

$= 7 \times 6096 + 1 \times 512 + 5 \times 64 + 0 \times 1 + 3 \times 1$

$= 42582 + 512 + 340 + 0 + 3$

$71503_8 = 53437$

مشق نمبر 3

سوال1:   هيٺ ڏنل ٻه بنياد وارن عددن کي ڏهائي عددن ۾ تبديل ڪريو.

(i) 1011_2 (ii) 1111_2 (iii) 110101_2 (iv) 1111010_2

سوال2:   هيٺ ڏنل پنج بنياد وارن عددن کي ڏهائي عددن ۾ تبديل ڪريو.

(i) 32_5 (ii) 4031_5 (iii) 34014_5 (iv) 334412_5

سوال3:   هيٺين اٺ بنياد وارن عددن کي ڏهائي عددن ۾ تبديل ڪريو.

(i) 26_8 (ii) 40_8 (iii) 430_8 (iv) 4452_8

(iv)   2 بنياد، 5 بنياد ۽ 8 بنياد وارن عددن جي جوڙ، ڪٽ ۽ ضرب ڪرڻ:

(الف) ٻه بنياد وارن عددن جي جوڙ:

ٻه بنياد ۾ جوڙ جو عمل:

$0_2 + 0_2 = 0_2$

$0_2 + 1_2 = 1_2$

$1_2 + 1_2 = 10_2$

ساڳي طرح $1_2 + 1_2 + 1_2 = 11_2$

ٻه بنياد ۾ جوڙ جي جدول

+	0	1
0	0	1
1	0	10

مثال نمبر1: 101_2 کي 111_2 ۾جوڙ ڪريو

حل:

(i) جوڙ جي عمل وانگر عدد هڪ ٻئي جي هيٺان ساڄي پاسي کان جوڙ ڪريو

$1_2 + 1_2 = 10_2$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\;\;} \\ 1\,0\,1 \\ +\;\;1\,1\,1 \\ \hline 1\,1\,0\,0 \\ \hline \end{array}$$

تنهنڪري 0 کي ان جي هيٺان ۽ 1اڳيئن عدد جي مٿان رکيو ويندو.

(ii) هاڻي $1 + 0 + 1 = 10$

هتي 0 انهن عددن جي هيٺ ۽ 1 اڳيئن عدد جي مٿان لکيو ويندو.

(iii) هاڻي $1 + 1 + 1 = 11_2$

اسان هن جواب کي ٿئين عدد هيٺ لکنداسين.

مثال نمبر2: $11110_2 + 10101_2$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\;\;\;\;\;\;\;\;} \\ 1\,1\,1\,1\,0 \\ +\;\;\;1\,0\,1\,0\,1 \\ \hline 1\,1\,0\,0\,1\,1\,2 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر3: $1010_2 + 1110_2 + 1101_2$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\;\;\;\;\;\;} \\ 1\,0\,1\,0 \\ 1\,1\,1\,0 \\ +\;\;1\,1\,0\,1 \\ \hline 1\,0\,1\,0\,1 \\ \hline \end{array}$$

(ب) ٻہ بنياد وارن عددن کي ڪٽ ڪريو:

مثال نمبر1: 101_2 مان 10_2 ڪٽ ڪريو.

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1_2 \\ -\;\;1\,0_2 \\ \hline 1\,1_2 \\ \hline \end{array}$$

تنهنڪري، $101_2 - 10_2 = 11_2$

مثال نمبر2: 1101_2 مان 1011_2 ڪٽ ڪريو.

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,1_2 \\ -1\,0\,1\,1_2 \\ \hline 1\,1\,0_2 \\ \hline \end{array}$$

تنهنڪري، $1101_2 - 1011_2 = 110_2$

(ج) ٻہ بنياد ۾ ضرب ڪرڻ:

مثال نمبر1: ضرب $11_2 \times 10_2$

$$\begin{array}{rl} 1\,1_2 & \\ \times\;\;1\,0_2 & \\ \hline 0\,0 & \text{(0 سان ضرب)} \\ 1\,1\,\times & \text{(1 سان ضرب)} \\ \hline & \text{(جوڙ ڪرڻ سان)} \\ 1\,1\,0_2 & \\ \hline \end{array}$$

تنهنڪري، $11_2 \times 10_2 = 110_2$

ٻہ بنياد ۾ ضرب وارو جدول

$0 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$1 \times 1 = 1$

مثال نمبر 2: ضرب $1111_2 \times 101_2$

$$\begin{array}{r} 1\,1\,1\,1_2 \\ \times\quad 1\,0\,1_2 \\ \hline 1\,1\,1\,1 \\ 0\,0\,0\,0\times \\ 1\,1\,1\,1\times\times \\ \hline 1\,0\,0\,1\,0\,1\,1_2 \\ \hline \end{array}$$

تنهنڪري، $1111_2 \times 101_2 = 1001011_2$

مشق نمبر 4

سوال 1: ٻه بنياد وارن عدد جوڙ ڪريو.

(i) $11_2 + 110_2$ (ii) $1001_2 + 1110_2$

(iii) $111_2 + 1011_2$ (iv) $1010_2 + 10111_2$

سوال 2: ٻه بنياد وارن عدد ڪٽ ڪريو.

(i) $1101_2 - 110_2$ (ii) $1011_2 - 1011_2$

(iii) $110110_2 - 1101_2$ (iv) $1111_2 - 1001_2$

سوال 3: ٻه بنياد وارن عدد ضرب ڪريو.

(i) $101_2 \times 10_2$ (ii) $111_2 \times 1011_2$

(iii) $11101_2 \times 101_2$ (iv) $10111_2 \times 10011_2$

پنج بنياد ۾ جوڙ، ڪٽ ۽ ضرب ڪرڻ

(الف) پنج بنياد ۾ جوڙ ڪرڻ:

پنج بنياد ۾ جوڙ وارو جدول

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

مثال نمبر 1: 2113_5 ۽ 123_5 کي جوڙ ڪريو

$$\begin{array}{r} ②\,① \\ 2\,1\,1\,3 \\ +\quad 1\,2\,3 \\ \hline 2\,2\,4\,0_5 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر 2: 33134_5 ۽ 12003_5 کي جوڙ ڪريو

$$\begin{array}{r} ①\quad ① \\ 3\,3\,1\,3\,4 \\ +\quad 1\,2\,0\,0\,3 \\ \hline 1\,0\,0\,1\,4\,2_5 \\ \hline \end{array}$$

(ب) پنج بنياد ۾ ڪٽ ڪرڻ:

مثال نمبر1: 44_5مان 32_5کي ڪٽ ڪريو

$$\begin{array}{r} 4\,4_5 \\ -\ 3\,2_5 \\ \hline 1\,3_5 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر2: 4032_5مان 3423_5کي ڪٽ ڪريو

$$\begin{array}{r} 4\,0\,3\,2_5 \\ -\ 3\,4\,2\,3_5 \\ \hline 1\,0\,0\,4_5 \\ \hline \end{array}$$

(ج) پنج بنياد وارن عددن جي ضرب ڪرڻ:

مثال نمبر1: $232_5 \times 34_5$

$$\begin{array}{r} 2\,3\,2 \\ \times\quad 3\,4 \\ \hline 1\,4\,3\,3 \\ 1\,2\,0\,1\,\times \\ \hline 1\,3\,4\,4\,3_5 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر2: $120_5 \times 4231_5$

$$\begin{array}{r} 4\,2\,3\,1 \\ \times\quad 1\,2\,0 \\ \hline 0\,0\,0\,0 \\ 1\,3\,0\,1\,2\,\times \\ 4\,2\,3\,1\,\times\,\times \\ \hline 2\,2\,2\,4\,3\,0_5 \\ \hline \end{array}$$

پنج بنياد ۾ ضرب جي جدول

×	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

مشق نمبر 5

سوال1: پنج بنياد ۾ جوڙ ڪريو.

(i) $432_5 + 134_5$ (ii) $3044_5 + 1034_5$

(iii) $43_5 + 14_5$ (iv) $40433_5 + 14154_5$

سوال2: پنج بنياد ۾ ڪٽ ڪريو.

(i) $202_5 - 10_5$ (ii) $1203_5 - 134_5$

(iii) $4321_5 - 1234_5$ (iv) $3423_5 - 1234_5$

سوال3: پنج بنياد ۾ ضرب ڪريو.

(i) $14_5 \times 13_5$ (ii) $143_5 \times 431_5$

(iii) $243_5 \times 334_5$ (iv) $34_5 \times 43_5$

اٺ بنياد ۾ عددن جوڙ، ڪٽ ۽ ضرب ڪرڻ

(الف) اٺ بنياد ۾ عددن جو جوڙ:

مثال نمبر 1: $413_8 + 166_8$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4\ 1\ 3_8 \\ +\quad 1\ 6_8 \\ \hline 6\ 1\ 1_8 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر 2: $64_8 + 175_8$

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 1\ 7\ 5_8 \\ +\quad 6\ 4_8 \\ \hline 2\ 6\ 1_8 \\ \hline \end{array}$$

اٺ بنياد ۾ جوڙ جي جدول

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	2	3	4	5	6	7	10
2	0	3	4	5	6	7	10	11
3	0	4	5	6	7	10	11	12
4	0	5	6	7	10	11	12	13
5	0	6	7	10	11	12	13	14
6	0	7	10	11	12	13	14	15
7	0	10	11	12	13	14	15	16

(ب) اٺ بنياد ۾ ڪٽ ڪريو:

مثال نمبر 1: $603_8 - 245_8$

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ 3_8 \\ -\ 2\ 4\ 5_8 \\ \hline 3\ 5\ 6_8 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر 2: $3767_8 - 2777_8$

$$\begin{array}{r} 3\ 7\ 6\ 7_8 \\ -\ 2\ 7\ 7\ 7_8 \\ \hline 7\ 7\ 0_8 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر 3: $15_8 - 7_8$

$$\begin{array}{r} 1\ 5_8 \\ -\quad 7_8 \\ \hline 6_8 \\ \hline \end{array}$$

(ج) اٺ بنياد ۾ ضرب ڪريو:

مثال نمبر 1: $14_8 \times 45_8$

$$\begin{array}{r} 1\ 4 \\ \times\ \ 4\ 5 \\ \hline 7\ 4 \\ 6\ 0\ \times \\ \hline 6\ 7\ 4_8 \\ \hline \end{array}$$

مثال نمبر 2: $542_8 \times 310_8$

$$\begin{array}{r} 5\ 4\ 2_8 \\ \times\ \ 3\ 1\ 0_8 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \\ 5\ 4\ 2\ \times \\ 2\ 0\ 4\ 6\ \times\ \times \\ \hline 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 0_8 \\ \hline \end{array}$$

جدول ضرب ۾ سسٽم تعداد جي8بنياد

×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

مثال نمبر 3: $30456_8 \times 310_8$

$$
\begin{array}{r}
3\,0\,4\,5\,6 \\
\times\ \ 3\,1\,0_8 \\
\hline
1\,4\,0\,5\,0 \\
3\,0\,5\,6\,\times \\
7\,3\,4\,\times\,\times \\
\hline
1\,4\,0\,2\,3\,0_8 \\
\hline
\end{array}
$$

مشق نمبر 6

سوال1: **اٺ بنياد ۾ جوڙ ڪريو.**

(i) $346_8 + 650_8$ (ii) $5034_8 + 6663_8$

(iii) $5003_8 + 66644_8$ (iv) $60247_8 + 37652_8$

سوال2: **اٺ بنياد ۾ ڪٽ ڪريو.**

(i) $53_8 - 36_8$ (ii) $200_8 - 104_8$

(iii) $7601_8 - 6774_8$ (iv) $16373_8 - 8476_8$

سوال3: **اٺ بنياد عددن جي ضرب اپت لهو.**

(i) $56_8 \times 36_8$ (ii) $106_8 \times 165_8$

(iii) $3470_8 \times 563_8$ (iv) $30076_8 \times 635_8$

مختلف بنيادن جي عددن جي جوڙ ڪٽ ۽ ضرب

مثال نمبر 1: $10 + 13_5 + 110_2$ مختصر ڪريو ۽ جواب ٻہ بنياد ۾ لکو

حل: 13_5 ۽ 110_2 ٻہ بنياد ۾ لکو.

$$
\begin{aligned}
13_5 &= 1 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 5 \times 5^0 \\
&= 1 \times 25 + 3 \times 5 + 5 \times 1 \\
&= 25 + 15 + 5 \\
&= 45 \\
110_2 &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\
&= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\
&= 4 + 2 + 0 \\
&= 6
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&10 + 13_5 + 110_2 \\
&= 10 + 45 + 6 \\
&= 61
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 61 \\ \hline
2 & 30 - 1 \\ \hline
2 & 15 - 0 \\ \hline
2 & 7 - 1 \\ \hline
2 & 3 - 1 \\ \hline
 & 1 - 1
\end{array}
$$

61 کي ٻہ بنياد ۾ تبديل ڪريو $61 = 111101_2$

تنهنڪري، $10 + 13_5 + 110_2 = 111101_2$

مثال نمبر 2: $125 - 113_5 - 110_2$ مختصر ڪريو ۽ جواب اٺ بنياد ۾ لکو

حل: پهرين 113_5 ۽ 110_2 ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪريو.

$$
\begin{aligned}
113_5 &= 1 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 3 \times 5^0 \\
&= 1 \times 25 + 1 \times 5 + 3 \times 1 \\
&= 25 + 5 + 3 \\
&= 33 \\
110_2 &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\
&= 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\
&= 4 + 2 + 0 \\
&= 6
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&125 + 113_5 + 110_2 \\
&= 125 + 33 + 6 \\
&= 80
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
8 & 80 \\ \hline
8 & 10 - 0 \\ \hline
 & 1 - 2
\end{array}
$$

80 کي اٺ بنياد ۾ بدلايو $80 = 120_8$

تنهنڪري، $125 + 113_5 + 110_2 = 120_8$

مثال نمبر:3 $1001_2 \times 101_2$ کي مختصر ڪريو ۽ جواب پنج بنياد ۾ لکو.

حل:

$$
\begin{array}{r}
1\,0\,1_2 \\
\times\ 1\,0\,0\,1_2 \\
\hline
1\,0\,0\,1 \\
0\,0\,0\times \\
1\,0\,0\,1\times\times \\
\hline
1\,0\,1\,1\,0\,1_2 \\
\hline
\end{array}
$$

101101_2 ڏهائي نظام ۾ تبديل ڪريو.

$$
\begin{aligned}
101101_2 &= 1\times 2^5 + 0\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0 \\
&= 1\times 64 + 0\times 16 + 1\times 8 + 1\times 4 + 0\times 2 + 1\times 1 \\
&= 64 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 \\
&= 77
\end{aligned}
$$

77 کي پنج بنياد ۾ لکو

$$
\begin{array}{r|l}
5 & 77 \\
\hline
5 & 15 - 2 \\
\hline
 & 3 - 0
\end{array}
$$

تنهنڪري، $101_2 \times 1001_2 = 302_5$

مشق نمبر 7

سوال:1 **مختصر ڪريو ۽ جواب ٻه بنياد ۾ لکو**

(i) $31 + 13_5 + 26_8$ (ii) $55 + 21_5 + 1010_2$

(iii) $30 + 32_5 + 111_2$

سوال:2 **مختصر ڪريو ۽ جواب پنج بنياد ۾ لکو.**

(i) $21 - 21_5$ (ii) $71 - 121_5 - 11_2$

(iii) $1000 - 1001_8 - 1001_5$

سوال:3 **مختصر ڪريو ۽ جواب ٻه بنياد ۽ پنج بنياد ۾ لکو**

(i) $32 \times 114_5$ (ii) $32 \times 110_5 \times 111_2$

(iii) $95 \times 1101_5 \times 101_8$

يونٽ4

مالياتي حساب

حصو I: تناسب

مرڪب تناسب:

ٻن يا ٻن کان وڌيڪ نسبتن جي وچ ۾ تعلق کي مرڪب تناسب چئبو آهي .
مرڪب تناسب ٽن صورتن ۾ ٿئي ٿو.

صورت1 : ٻئي سڌا تناسب آهن.

صورت2 : هڪڙو تناسب سڌو آهي ۽ ٻيو ابتو تناسب (inverse) آهي.

صورت3 : ٻئي تناسب ابتا آهن.

سرگرمي1 :

هي تناسب مرڪب پائيواري، وراثت جي مسئلن کي حل ڪرڻ ۾ استعمال ڪيو ويندو آهي .هيٺيان مثال ڏسو.

مثال1 : جيڪڏهن 60 ماڻهو 5 ڏينهن ۾ 540 ڪعب فٽ زمين کوٽين ٿا ته 80 ماڻهو 10ڏينهن ۾ ڪيتري زمين کوٽيندا؟

حل: (پهريون صورت) هي تناسب سڌو آهي.

ماڻهن ۾ واڌارو ⇐ زمين ۾ واڌارو (سڌو تناسب)

ڏينهن ۾ واڌارو ⇐ زمين ۾ واڌارو (سڌو تناسب)

فرض ڪريو ته 80 ماڻهو 10 ڏينهن ۾ x ڪعب فوٽ زمين کوٽيندا.

ماڻهو		ڏينهن		کوٽيل زمين جا ڪعب فوٽ
60	:	5	:	540
80	:	10	:	x

$$\frac{x}{540} = \frac{10}{5} \times \frac{80}{60}$$

$$x = \frac{10}{5} \times \frac{80}{60} \times \frac{540}{1}$$

$$x = 2 \times 8 \times 9$$

$$x = 144$$

تنهنڪري، 80 ماڻهو 10 ڏينهن ۾ 144ڪعب فوٽ زمين کوٽيندا.

مثال2: جيڪڏهن هڪ هاسٽل جي 4 ڪمرن ۾ 12 ڏينهن ۾ 4000 ليٽر پاڻي استعمال ڪيو وڃي ٿو 8 ڪمرن ۾ 8000 ليٽر پاڻي ڪيترن ڏينهن لاءِ ڪافي هوندو؟

حل: (ٻي صورت) اهو سڌو تناسب ۽ ابتو تناسب آهي.

پاڻيءَ ۾ واڌارو ⇐ ڏينهن ۾ واڌارو (سڌو تناسب)

ڪمرن ۾ واڌارو ⇐ ڏينهن ۾ واڌارو (ابتو تناسب)

فرض ڪريو 8 ڪمرن لاءِ 8000 ليٽر پاڻي x ڏينهن لاءِ ڪافي آهي.

پاڻيءَ جا ليٽر	:	ڪمرا	:	ڏينهن
4000	:	4	:	12
8000	:	8	:	x

$$\frac{x}{12} = \frac{8000}{4000} \times \frac{4}{8}$$

$$x = \frac{8000}{4000} \times \frac{4}{8} \times \frac{12}{1}$$

$$x = 12$$

تنهنڪري، 8 ڪمرن لاءِ 8000 ليٽر پاڻي 12 ڏينهن لاءِ ڪافي ٿيندو.

مثال3: جيڪڏهن 30 ماڻهن لاءِ 1.2 ڪلو گرا في شخص جي حساب سان 20 ڏينهن لاء ڪاڌو.ڪافي آهي. ڪيترا ماڻهو هليا وڃن ؟ ته ساڳيو ڪاڌو 1.5 ڪلوگرام جي حساب سان 30 ڏينهن لاءِ ڪافي هجي.

حل: (ٽين صورت) هي ابتو تناسب آهي.

ڪاڌي ۾ واڌارو ⇐ ماڻهن ۾ گهٽتائي (ابتو تناسب)

ڏينهن ۾ واڌارو ⇐ ماڻهن ۾ گهٽتائي (ابتو تناسب)

فرض ڪريو x ماڻهن لاء هي ڪاڌو 1.5 ڪلو گرام في شخص جي حساب سان 30ڏينهن لاءِ ڪافي آهي.

ماڻهو	:	ڏينهن	:	ڪاڌو في شخص
30	:	20	:	1.2
x	:	30	:	1.5

$$\frac{x}{30} = \frac{20}{30} \times \frac{1.2}{1.5}$$

$$x = \frac{20}{30} \times \frac{1.2}{1.5} \times \frac{30}{1}$$

$$x = \frac{20 \times 1.2}{1.5}$$

$$x = \frac{20 \times 12 \times 10}{15 \times 10}$$

$$x = 16$$

تنهنڪري، 1.5 ڪلوگرام في شخص جي حساب سان 16 ماڻهن لاءِ ڪاڌو 30 ڏينهن لاءِ ڪافي آهي.

مشق نمبر 1

سوال1: 10 ڪلوگرام سامان 30Km تائين ڪٽي وڃڻ لاءِ گاڏي جو ڀاڙو 60 رپيا آهي ته 15 ڪلوگرام سامان 10 ڪلوميٽر تائين ڪٽي وڃڻ جو ڀاڙو ڪيترو ٿيندو؟

سوال2: 2400 ماڻهن لاءِ 1.2 ڪلوگرام جي حساب سان 20 ڏينهن جو ڪاڌو موجود آهي . ٻڌايو ته 1 ڪلو گرام جي حساب سان هي ڪاڌو ڪيترن ماڻهن خاطر 20 ڏينهن لاء ڪافي ٿيندو؟

سوال3: 100 ماڻهو 12 ڏينهن ۾ 600 سائيڪلون ٺاهين ٿا ته 50 ماڻهو 24 ڏينهن ۾ ڪيتريون سائيڪلون ٺاهيندا؟

سوال4: 32 ميٽر ڊگهي ۽ 8 ميٽر ويڪري قالين جي قيمت 9600 رپيا آهي. 36 ميٽر ڊگهي ۽ 16 ميٽر ويڪري قالين جي قيمت گهٽي ٿيندي؟

سوال5: 6 مزدور 100 ميٽر ڊگهو ۽ 40 ميٽر ويڪرو فرش ٺاهڻ ۾ 8 ڏينهن لڳائين ٿا. 8 مزدورن کي 120 ميٽر ڊگهو ۽ 60 ميٽر ويڪرو فرش ٺاهڻ ۾ ڪيترا ڏينهن لڳندا؟

(ب) ڀائيواري:

(i) **ڀائيواري:** هن ڪاروبار ۾ نفعي ۽ نقصان جي بنياد تي ٻه يا ٻن کان وڌيڪ ماڻهو حصو وٺندا آهن

(ii) **سادي ڀائيواري:** اها هڪ اهڙي ڀائيواري آهي جنهن ۾ ڀائيوار هڪ ئي عرصي لاءِ ڪاروبار شروع يا بند ڪن ٿا.

(iii) **گڏيل ڀائيواري:** ان ۾، ڀائيوار مختلف وقتن لاء مختلف رقم سيڙپ ڪن ٿا .نفعو ۽ نقصان به سرمائي ۽ وقت جي نسبت سان حاصل ڪندا آهن.

سرگرمي 2:

مثال1: ٻن دوستن ترتيبوار 54000 رپيا ۽ 63000 روپين سان ڪاروبار شروع ڪيو .هڪ سال بعد انهن کي 60000 روپيا جو فائدوٿيو. ٻنهي جو فائدو لهو. (مدت ساڳي آهي)

پهرين دوست جو سرمايو : ٻئي دوست جو سرمايو

$54000 : 63000$

$54 = 63$

$6 = 9$

نسبتن جو جوڙ = $9 + 6 = 15$

ڪُل فائدو = 60000رپيا

پهرين دوست جو فائدو $= 60000 \times \frac{6}{15} = 24000$رپيا

ٻئي دوست جو فائدو $= 60000 \times \frac{9}{15} = 36000$رپيا

مثال2: سليم 120000 روپين سان ڪاروبار شروع ڪيو 3 مهينن بعد زاهد به 140000 رپيا ان ڪاروبار ۾ لڳايا. 6 مهينن بعد آفتاب به 160000 انهيءَ ڪاروبار ۾ سيڙايا. سال جي آخر ۾ 360000 روپين جو منافو.ٿيو ته هر حصيدار فائدو لهو.

سليم جي سيڙپ : مدت (مهينا) × سيڙپ

$= 120000 \times 12 = 1440000$

زاهد جي سيڙپ : مدت (مهينا) × سيڙپ

$= 140000 \times 3 = 420000$

آفتاب جي سيڙپ : مدت (مهينن) × سيڙپ

$= 160000 \times 6 = 960000$

سيڙپ جي نسبت $12 \times 12 : 8 \times 12 : 4 \times 12$

$12 : 4 : 8$

$3 : 2 : 4$

نسبتن جو جوڙ = $3 + 2 + 4 = 9$

سليم جو حصو $= 360000 \times \frac{3}{9} = 120000$رپيا

زاهد جو حصو $= 360000 \times \frac{2}{9} = 8000$رپيا

آفتاب جو حصو $= 360000 \times \frac{4}{9} = 16000$رپيا

(ج) وراثت:

جڏهن ڪو ماڻهو هن دنيا مان هليو وڃي ٿو ته پوءِ جيڪا ملڪيت ڇڏي وڃي ٿو، ان ڪي وراثت چئبو آهي .اهو شرعي قانون موجب قانوني وارثن ۾ ورهائي ويندي آهي . ورهائڻ دوران هيٺيان قدم کنيا ويندا آهن.

قدم1 : سڀ کان پهريان جيڪڏهن هن تي قرض آهي ته اهو ادا ڪيو ويندو پوءِ وصيت مطابق $\frac{1}{3}$ حصو ڏنو ويندو .باقي ملڪيت سندس وارثن ۾ هن ريت ورهائبي.

قدم2 : جيڪڏهن فوتيءَ جا والدين زنده آهن ته انهن کي ملڪيت جو $\frac{1}{6}$ حصو هر هڪ کي ملندو.

قدم3 : جيڪڏهن فوتي مرد آهي ته بيوه کي $\frac{1}{8}$ ۽ جيڪڏهن عورت آهي ته مڙس کي $\frac{1}{4}$ حصو ڏنو ويندو پار نه هجن (بي اولادي هجڻ جي صورت ۾) بيواهه کي $\frac{1}{4}$ مڙس کي $\frac{1}{2}$ حصو ملندو ۽ باقي حصو پٽن ۽ ڀينرن کي ڏنو ويندو.

قدم4 : هر ڌيءَ کي پٽ جي حصي جو اڌ حصو ملندو.

سرگرمي 3:

مثال:1 هڪ شخص پنهنجي ملڪيت ۾ 1050000 نقد روپيا ۽ 650000 رپين جي ماليت جو هڪ پلاٽ. سندس پويان هڪ بيواهه، 2 پٽ ۽ 3 ڌيئرون آهن .هر هڪ جو حصو لهو

حل:

ڪُل ملڪيت $= 1050000 + 650000$ رپيا

ڪُل ملڪيت $= 1700000$رپيا

بيوه جو حصو $\frac{1}{8} = 1700000 \times \frac{1}{8} = 212500$رپيا

باقي رقم $= 1700000 - 212500$

$= 1487500$رپيا

پٽن ۽ ڌيئرن جو حصو (هر پٽ جو حصو ڌيءَ کان ٻيڻوحصو ملندو) فرض ڪريو ته ڌيءَ جو حصو1 آهي ته پٽ جو حصو 2 ٿيندو

3 ڌيئرن جو حصو $= 3 \times 1 = 3$

2 پٽن جو حصو $= 2 \times 2 = 4$

ڪُل حصا $= 7$

$$\text{هر ڌيءَ جو حصو} = \frac{1}{7} \times 1487500 = 212500\text{رپيا}$$

$$\text{هر پُٽ جو حصو} = \frac{2}{7} \times 1487500 = 425000\text{رپيا}$$

مثال2: فاطمہ بيگم 500000 روپين جي ملڪيت ڇڏي مري وئي. ان تي 50000 روپين جو قرض هو، 4000 رپيا سندس تدفين تي خرچ ٿيا. باقي رقم سندن ماءُ، مڙس، هڪ ڌيءَ ۽ هڪ پٽ ۾ ورهايو.

حل: ڪل رقم جيڪا وارثن ۾ ورهائي وڃي .(دفنائڻ جو خرچ + قرض جي رقم) - مجموعي رقم قرض ۽ دفن جي خرچ کان پوءِ باقي رقم

$$= 500000 - (50000 + 4000)$$

$$= 500000 - 54000$$

$$= 446000\text{رپيا}$$

$$\text{ماءُ جو حصو} = \frac{1}{6} \times 446000 = 74333\text{رپيا}$$

$$\text{مڙس جو حصو} = \frac{1}{4} \times 446000 = 111500\text{رپيا}$$

$$\text{باقي رقم} = 446000 - (74333 + 111500)$$

$$= 446000 - 185833$$

$$= 260167\text{رپيا}$$

ڌيءَ جو حصو = 1 ؛ پُٽ جو حصو = 2

ڪُل حصا = 3

$$\text{ڌيءَ جو حصو} = \frac{1}{3} \times 260167 = 86722.33\text{رپيا}$$

$$\text{پُٽ جو حصو} = \frac{2}{3} \times 260167 = 173444.66\text{رپيا}$$

مشق نمبر 2

سرگرمي 4:

سوال1: وسيم ۽ عارف گڏجي هڪ ڪاروبار شروع ڪيو .وسيم 100000 روپيا ۽ عارف 150000 رپيا سيڙايا هڪ سال بعد انهن ڪي 300000 روپين جو فائدو ٿيو. هر هڪ جو فائدي ۾حصو لهو؟

سوال2 : اعجاز 60000 روپين سان ڪاروبار شروع ڪيو3 مهينن بعد رياض بہ 100000 رپيا ادا ڪندي حصو ورتو .سال ۾ انهن جو مجموعي 200000 رپيا نفعوٿيو تہ هر هڪ جو حصو ٻڌايو؟

سوال:3 ٻن عورتن سلميٰ ۽ شهناز 100000 رپيا 150000 ملائي هڪ ريسٽورنٽ ڪوليو، ڪين سال ۾ 300000 روپيا جو منافعو.ٿيو تہ هر هڪ جو حصو معلوم ڪريو؟

سوال:4 علي ۽ سعد 200000 رپيا ۽ 300000 روپيا ملائي هڪ ڪاروبار شروع ڪيو. 3 مهينن ڪانپوءِ احمد رضا 250000 روپيا ملائي شريڪ ٿيو. سال جي آخر ۾ ڪل 550000 رپيا منافعو ٿيو تہ هر حصيدار ڪي ڪيتري رقم ملندي؟

سوال:5 ٻن ساٿين غلام سرور ۽ علي بخش ترتيبوار 260000 رپيا ۽ 520000 روپين سان هڪ ڪاروبار شروع ڪيو 6 مهينن ڪانپوءِ علي بخش پنهنجي پائيواري ختم ڪري ڇڏي سال جي آخر ۾ ڪل 400000 روپيا منافعو ٿيو منافعي ۾ هر هڪ جو حصو ٻڌايو؟

حصوپيو: بئنڪ جو نظام

(الف) بئنڪ جون خدمتون ۽ سهولتون:

حڪومت عوام جي پئسن جي ڏي وٺ لاءِ بئنڪ قائم ڪئي آهي.

بئنڪ: اڪائونٽ هولڊر جي رقم پاڻ وٽ جمع ڪري ٿي ۽ ان تي پئسا وٺي ٿي .انهن ڪي قرض ڏئي ٿي .بدلي ۾ فائدو يا نفعو ڏئي ٿي ۽ قرض تي مارڪ اپ وصول ڪري ٿي

اڪائونٽ جا قسم	PLS بچت ڪاتو
	ڪرنٽ ڊپازٽ اڪائونٽ
	PLS منجمد (Fixed) اڪائونٽ
	پرڏيهي ڪرنسي اڪائونٽ
بئنڪ جي ڏي وٺ (Transaction) جا طريقا	**چيڪ**:لکيل حڪم، پئسا ڪڍڻ لاء
	ڊيماند ڊرافٽ: ڊرافٽ هڪ لکت ۾ ڪنهن ٻي بينڪ ڏانهن رقم موڪلڻ جو حڪم نامون
	پي آرڊر: ڪنهن پارٽي کي رقم منتقل ڪرڻ لاء هڪ لکت ۾ حڪم نامون
آن لائين بينڪنگ :بل ادا ڪرڻ، ڪنهن به وقت رقم واپس وٺڻ يا موڪلڻ (انٽرنيٽ يا ڪمپيوٽر ذريعي)	**اي ٽي ايم**: هڪ آٽو ٽيلر مشين مان ڪارڊ استعمال ڪندي پئسن جي واپسي
	ڊيبٽ ڪارڊ: اهو ڪنهن به وقت پئسا ڪڍڻ يا سامان خريد ڪرڻ وقت استعمال ڪري سگهجي ٿو
	ڪريڊٽ ڪارڊ: خريداريءَ جي قيمت ڪرڻ لاء استعمال ڪيو ويندو آهي

(ب) ڪرنسي مهيا ڪرڻ:

بئنڪون ڪرنسي مهيا ڪرڻ جي سهولت فراهم ڪن ٿيون. هيٺ ڏنل جدول ڪنهن به ملڪ جي موجوده وقت ۾ ڪرنسي جي تبديلي جي شرح ڏيکاري ٿي. اسٽيٽ بئنڪ روزانو ان شرح جو اعلان ڪندي آهي.

نمبر شمار	ملڪ	ڪرنسيءَ جو نالو/نشاني	خريداري جي قيمت (پاڪستاني روپين ۾)	وڪري جي قيمت (پاڪستاني روپين ۾)
1	آمريڪا	ڊالر $	277.85	280.8
2	برطانيه	پائونڊ £	349.35	352.28
3	انڊيا	رپيا ₹	3.33	3.44
4	يورپي يونين	يورو €	293.5	297.2
5	چين	يان ¥	38.38	38.78
6	جاپان	ين ¥	1.9	1.98
7	سعودي عرب	ريال ﷼	73.06	73.85

مثال1 : هڪ پاڪستاني 150 ڊالر خريد ڪرڻ چاهي ٿو. هن کي ڪيترا پاڪستاني رپيا ڏيڻا پوندا؟

حل: هڪ آمريڪي ڊالر = 280.8 رپيا

150آمريڪي ڊالر = 150×280.8 = 42120 رپيا

مثال2 : 31270 رپين کي چيني ين ۾ تبديل ڪرڻ سان ڪيترا رپيا ملندا؟

حل: هڪ چيني ين = 31.27رپيا

31270رپيا = $\frac{31270}{31.27}$ = 100 ين

مثال3 : 150سعودي ريال ڪيترن رپين ۾ ملندا؟

حل: هڪ سعودي ريال = 55رپيا

150سعودي ريال = 55×150 = 8250رپيا

سرگرمي3 : ڏنل پاڪستاني ڪرنسي کي بين الاقوامي ڪرنسي ۾ تبديل ڪندي ڏنل جدول مڪمل ڪريو

رپيا	پائونڊ	ڊالر	ين	ريال
10,000				
25,000				

مشق نمبر 1

سوال:1 62540 روپين کي چيني ين ۾ تبديل ڪريو.
سوال:2 $308 آمريڪي ڊالر پاڪستاني روپين ۾ تبديل ڪريو.
سوال:3 600 جپاني ين ڪيترن روپين ۾ ملندا؟
سوال:4 هڪ پاڪستاني سعودي عرب ۾ ڪم ڪري ٿو .انڪي ماهوار 8000 ريال پگهار ملي ٿي ٻڌايو ته پاڪستاني ڪرنسي ۾ اها رقم ڪيتري ٿيندي؟
سوال:5 48000 پاڪستاني روپين کي هندستاني روپين تبديل ڪريو.

حصوٽيون: منافعو، مارڪ اپ، حقيقي منافعو، شرح ۽ مدت

(الف) منافعو / مارڪ اپ (I):

هينيان مثال ڏسو.

مثال1: بئنڪ مان اڪرم 50000 رپيا 7سيڪڙوشرح سان 2 سال لاءِ وصول ڪيا. مارڪ اپ رقم ۽ ادا ڪيل ڪل رقم ڳولهيو.

$I = P \times R \times T$
نفعو يا مارڪ اپ = اصل رقم × شرح × مدت

حل: هتي

اصل رقم(P) = 50000رپيا

شرح(R) = 7%

وقت/مدت(T) = 2سال

مارڪ اَپ(I) = $P \times R \times T$

$$= 50000 \times \frac{7}{100} \times 2$$

مارڪ اَپ(I) = 7000رپيا

ان ڪري قرض جي مجموعي رقم= 50000 + 7000

= 57000رپيا

(ب) اصل رقم (P) معلوم ڪرڻ:

مثال:2 غفور واپار ۾ ڪجهه رقم 3 سال لاءِ 10% ساليانہ جي حساب .سان سيڙائي ڪيس 30000 رپيا فائدو ٿيو ته اصل رقم معلوم ڪريو

$I = P \times R \times T$
$P = \dfrac{I}{R \times T}$

حل:

اصل رقم(P) = ؟

شرح(R) = 10%

وقت/مدت(T) = 3سال

مارڪ اَپ(I) = 30000رپيا

فارمولا جي مطابق رقم (P) $= \dfrac{30000}{3\times\frac{10}{100}}$

$= \dfrac{30000\times100}{3\times10} = 100000$ رپيا

سو غفور 100000رپيا لڳايا.

(ج) منافعو يا مارڪ اپ (R) معلوم ڪرڻ:

مثال: 3 مارڪ اپ جي شرح لهو جيڪڏهن 30000 رپيا 5 سال ۾ 52000 تي پون.

حل: مارڪ اپ (I) = (حقيقي رقم - ڪل رقم)

$= 52000 - 30000$

$= 12000$ رپيا

$I = P\times R\times T$
$R = \dfrac{I}{P\times T}$

هتي اصل رقم (P) = 30000رپيا

شرح(R) = ؟

وقت/مدت(T) = 5سال

فارمولا جي مطابق(R) $= \dfrac{12000\times100}{30000\times5} = 8\%$ سيڪڙو

ان ڪري مارڪ اپ جي شرح 8 سيڪڙوٿيندي

(د) مدت (T) معلوم ڪرڻ:

مثال:4 بئنڪ ۾ 20000 روپيا جمع ڪرائڻ سان 12سيڪڙو ساليانه جي شرح سان ڪيتري عرصي ۾ 35000 رپيا ملندا؟

$I = P\times R\times T$
$T = \dfrac{I}{P\times R}$

حل: هتي مارڪ اپ(I) = (حقيقي رقم - مجموعي رقم)

$= 35000 - 20000$

$= 15000$ رپيا

اصل رقم (P) = 20000رپيا

شرح(R) = 12%

وقت/مدت(T) = ؟

فارمولا جي مطابق مدت/وقت(T) $= \dfrac{15000\times100}{20000\times12} = \dfrac{75}{12}$

$= 6.25$سال (يعني 6 سال 3 مهينا)

تنهنڪري 20000 رپيا 6 سال ۽ 3 مهينن ۾ 35000 رپيا ٿيند ويندا

مشق نمبر 2

سوال1 : 40000 رپين تي 5 في سيڪڙوسالياڻ جي حساب سان 4 سال لاء منافعو لهو.

سوال2 : رياض 6 سيڪڙوسالياڻ جي حساب سان بينڪ کان 4 سال لاء 30000 قرض ورتو .مارڪ اپ معلوم ڪريو؟

سوال3 : نسيم 10% سالاڻ جي حساب سان 4 سال ۾ 40000 روپيا منافعو حاصل ڪيو ته سندس اصل رقم معلوم ڪريو؟

سوال4 : ڪهڙي شرح تي 11 سالن ۾ 68000 رپين جو منافعو 90440 رپيا ٿيندو؟

سوال5 : ڪيتري وقت تائين 6 سيڪڙو سالياڻ 31000 روپين تي منافعو 5332 رپيا ملندو؟

سوال6 : ڪيتري عرصي ۾ 6 سيڪڙورقم سالياڻ جي حساب سان رقم 21000 روپين کان وڌي 31500 رپيا ٿيندي؟

حصو چوٿون : نفعي ۽ نقصان جو سيڪڙو، رعايت جو سيڪڙو، مسلسل ٽرانزيڪشن

(الف) نفعي ۽ نقصان جو سيڪڙو

منافعو في سيڪڙو $= \frac{\text{نفعو}}{\text{خريد جي قيمت}} \times 100$	وڪري جي قيمت - خريداري جي قيمت =منافعو خريداري جي قيمت - وڪري جي قيمت = نقصان

مثال1: هڪ شيء جي خريد واري قيمت 1000 روپيا ۽ منافعو 250 رپيا آهي ته في سيڪڙو منافعو معلوم ڪريو؟

حل: في سيڪڙو منافعو $= \frac{\text{نفعو}}{\text{خريد جي قيمت}} \times 100$

$$= \frac{100 \times 250}{1000}$$

في سيڪڙو منافعو = 25%سيڪڙو

مثال2: جيڪڏهن خريداري جي قيمت 2500 ٿئي ۽ نقصان 250 رپيا هجي ته نقصان جو في سيڪڙو معلم ڪريو؟

حل: $\text{سيڪڙو نقصان} = \dfrac{\text{نقصان}}{\text{خريد جي قيمت}} \times 100$

$= \dfrac{100 \times 250}{2500}$

$\text{سيڪڙو نقصان} = 10\%$

(ب) رعايت:

فارمولا: درج ٿيل قيمت = MP ؛ وڪرو جي قيمت = SP

مثال 3: هڪ شيء جي درج ٿيل قيمت 3000 رپيا هئي انکي 2700 رپين ۾ وڪرو ڪيو ويو تہ رعايت جو في سيڪڙو لهو.

$\text{في سيڪڙو رعايت} = \dfrac{\text{رعايت}}{MP} \times 100$

حل: $MP = 3000$رپيا

$SP = 2700$رپيا

$\text{رعايت} = 3000 - 2700$

$= 300$رپيا

$\text{في سيڪڙو رعايت} = \dfrac{\text{رعايت}}{MP} \times 100$

$= \dfrac{300}{3000} \times 100$

$\text{في سيڪڙو رعايت} = 10\%$

مثال 4: وڪرو جي قميت 2000 رپيا، رعايت 300 رپيا آهي تہ في سيڪڙو رعايت معلوم ڪيو

حل: $\text{درج ٿيل قيمت} = 2000$رپيا

$\text{رعايت} = 300$رپيا

$\text{في سيڪڙو رعايت} = \dfrac{\text{رعايت}}{MP} \times 100$

$= \dfrac{300}{2000} \times 100$

$\text{في سيڪڙو رعايت} = 15\%$

(ج) ڏي وٺ:

درج ٿيل قيمت مان هڪ ڪانپوءِ هڪ ٻي (رعايت) ڏني وڃي تہ ان کي مسلسل يا لڳاتار رعايت چئبو آهي.

نوٽ: رعايت جي شرح ساڳي يا مختلف ٿي سگهي ٿي.

مثال 5 : ٽي وي سيٽ جي وڪري جي قيمت لهو. جيڪڏهن ان جي درج ٿيل قيمت 70000رپيا ۽ رعايت جي شرح 7سيڪڙو ۽ 3 هڪ سيڪڙو هجي.

حل: درج ٽيل قيمت = 70000رپيا

پهرين رعايت $= \frac{7}{100} \times 70000$

= 4900رپيا

وڪرو جي قيمت = درج ٽيل قيمت - پهرين رعايت

$= 70000 - 4900$

= 65100رپيا

ٻي رعايت $= \frac{3}{100} \times 65100$

= 1935رپيا

ٻي قيمت $= 65100 - 1935$

= 63165رپيا

مثال6 : اسد هڪ گهر 835000 روپين ۾ خريد ڪيو .پوءِ ان کي 634000 رپين ۾ وڪرو ڪيو في سيڪڙو نقصان لهو

حل: خريداري جي قيمت = 835000رپيا

وڪري جي قيمت = 634000رپيا

نقصان $= 835000 - 634000$

= 200400رپيا

في سيڪڙو نقصان $= \frac{\text{نقصان}}{\text{خريد جي قمت}} \times 100$

$= \frac{200400}{835000} \times 100$

$= \frac{200400}{835}$

= 24%سيڪڙو

تنهنڪري، نقصان 24سيڪڙو ٿيو

مثال:7 هڪ شيءِ جي خريد جي قيمت 1600 رپيا آهي. اها ڳالهه رعايت کان پوءِ 1504 روپين ۾ وڪرو ٿي ته في سيڪڙو رعايت معلوم ڪريو

حل: رعايت = خريداري جي قيمت − وڪرو جي قيمت

$= 1600 - 1504$

= 96رپيا

في سيڪڙو رعايت $= \frac{\text{رعايت}}{MP} \times 100$

$$100 \times \frac{96}{1600} =$$
$$6\% =$$

تنهنڪري، رعايت 6 سيڪڙو آهي

مشق نمبر 3

سوال1 : هڪ شئي 1050 روپين ۾ خريد ڪري 1155 روپين ۾ وڪرو ٿي.في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو؟

سوال2 : جليل 4 ڪارون 90000 روپين ۾ خريد ڪري ٿو ۽ انهن کي 100500 روپين ۾ وڪرو ڪري ته سندس في سيڪڙو نفعو يا نقصان معلوم ڪريو؟

سوال3 : هڪ سائيڪل جي درج ٿيل قيمت 9000 رپيا هئي. هول سيلر رٽيلر کي 10 سيڪڙو ۽ 5 في سيڪڙو رعايت ڏني، سائيڪل جي وڪري جي قيمت لهو؟

سوال4 : هڪ ٽيبل جي حقيقي قيمت 6000 رپيا هئي، انکي دڪاندار15 في سيڪڙو منافعي تي وڪرو ڪيو. خريدار ان کي وڌيڪ 10 سيڪڙو منافعي تي وڪرو ڪيو آخري وڪري جي قيمت معلوم ڪريو؟

سوال5 : ڪمال ڪجهه شيون درج ٿيل قيمت سان 6000 رپين ۾ خريد ڪيون جيڪڏهن انهن شين تي15 سيڪڙو رعايت ڏني وئي ته انهن شين جي وڪري جي قيمت معلوم ڪريو؟

يونٽ5 گهڻ رقمي اظهار

حصو پهريون: الجبري اظهار

گذريل ڪلاس ۾، توهان سکيو ته الجبرا رياضي جي هڪ شاخ آهي جيڪا علامتن، بدلجندڙ، عددن ۽ اظهارن سان واسطو رکي ٿي. جيئن توهانکي خبر آهي رياضي جا اظهار ۽ مساوات ناهي سان اسان نا معلوم ڳولڻ لاء استعمال ڪندا آهيو. هيٺ ڏنل بيان تي غور ڪريو:

$2x + 3p = 10y$. توهان کي خبر آهي ته هتي p ۽ y, x بدلجندڙ جي نمائندگيڪن ٿا يا نامعلوم عددن جي نمائندگي ڪن ٿا 2، 3 ۽ 10 نمبرآهن، جيڪي عددي منڊ سڏجن ٿا..هن اظهار ۾ ٽي رقمون آهن: $2x$، $3p$، ۽ 10y ۽ اها ابتڙ رقمون آهن

الجبري اظهار ۾ بدلجندڙ آهن

$$2x + 3p - 10y$$

سرگرمي 1:

پنهنجا ماضي جا تجربا ياد ڪريو، ۽ هينين سوالن جا جواب ڏيو:

هڪ بدلجندڙ (variable) ڇا آهي؟ هڪ مستقل (constant) ڇا آهي؟ هڪجهڙيون الجبرائي رقمون ۽ مختلف رقمون ڇا آهن؟ الجبري اظهار ڇا آهي؟

هڪ بدلجندڙ هميشه هڪ عدد جي نمائندگي ڪري ٿو، پر جڏهن اهو هڪ اظهار ۾ لکيو وڃي ٿو مختلف ملهه هوندا آهن، مستقل هڪ عدد آهي جيڪو ڪڏهن به اظهار ۾ تبديل نٿو ٿئي. ۽ اهو مسلسل ساڳيو رهي ٿو.

الجبرااظهار: بدلجندڙ، عدد، ۽ گهٽ ۾ گهٽ هڪ رياضي جو عمل (جوڙ، ڪٽ، ضرب، يا ونڊ) جا مجموعا آهن .مثال جي طور، توهان اڳي سکيو ته $5x + 7$ هڪ الجبري اظهار آهي هن اظهار ۾، x هڪ متغير آهي، جيڪو اڻڄاتل عدد جي نمائندگي ڪري ٿو .ٻئي طرف، 7 هڪ مقرر عددي قيمت جي نمائندگي ڪري ٿو، جنهن کي مستقل سڏيو ويندو آهي جيڪو عدد بدلجندڙ (متغير) کي ضرب ڪري ٿو 5 آهي .هن عدد کي عددي سرو يا منڊ سڏيو ويندو آهي هن الجبري اظهار جون به رقمون آهن، x5 ۽ 7ساڳئي

طرح، $5x-3$ اظهار ۾ ٻہ رقمون آهن x هڪ متغير آهي جنهن جي قيمت اسان کي خبر ناهي ۽ سندس ڪا بہ قيمت ٿي سگهي ٿي $5x$ کي عددي سري يا عددي منڍي طور تي سڃاتو وڃي ٿو، چاڪاڻ تہ اهو بدلجندڙ x سان استعمال ٿيل آهي. هن اظهار ۾مستقل قيمت 3آهي هن الجبري اظهار جون ٻہ رقمون آهن ۽ انکي گهڻ رقمي اظهار (Polynomial) سڏيو ويندو آهي

پولي نومل "Polynomial" لفظ يوناني ’پولي‘ مان نڪتل آهي جنهن جي معنيٰ آهي ’گهڻ‘ پولي نومل "Polynomial" جو مطلب گهڻ رقمي آهي اهڙي طرح سڄي رقم کي گهڻ رقم وارا اظهار يعني گهڻ رقمي اظهار چئبو آهي.گهڻ رقمي اظهار ۾ رقمن جو تعداد ڪيترو بہ ٿي سگهي ٿو پر لامحدود نہ ٿو ٿي سگهي. مثال طور x^2+x-12 ۾ هڪ بدلجندڙ وارو گهڻ رقمي اظهار آهي

مثال	متغير	درجو	عددي سر
x^2+x-12	x	x^2 ۾ 2 درجا آهن x ۾ 1 درجو آهي	1
$4x^3-2y+1$	x، y	x^3 ۾ 3 درجاآهن y ۾ 1 درجو آهي	2۽4
$2x^2 + 4y^3 + z$	x، y، z	x^2 ۾ 2 درجو آهن y^3 ۾ 3 درجا آهن z ۾ 1 درجو آهي	1۽4،2

گهڻ رقمين جو درجو

اسان هڪ بدلجندڙ واري گهڻ رقميءَ سان شروع ڪنداسين. هڪ بدلجندڙ واري گهڻ رقميءَ ۾ ڪافي الجبري اظهار آهن جيڪي ax^n جي صورت ۾ اظهارن تي مشتمل آهن.
جتي a هڪ حقيقي عدد بدلجندڙ جو عددي سرو آهي، x هڪ بدلجندڙ variable آهي ۽ n بدلجندڙ جو درجو ڏيکاري ٿو. هن گهڻ رقمي اظهار ۾ وڏي ۾ وڏو درجو 2 آهي. مثال طور: گهڻ رقمي الجبري اظهار polynomials $x^2 + x - 12$ جو درجو 2 آهي. ڇاڪاڻ تہ هن مثال ۾، بدلجندڙ x وٽ سڀ کان وڏي سگهہ 2 آهي، تنهن ڪري، هن گهڻ رقمي اظهار جو درجو 2 آهي.

مثال1، اچو تہ تجزيو ڪريون؛ $6x^4 + 2x^3 + 3$ هڪ گهڻ رقمي الجبري اظهار آهي جنهن ۾:

مثال	بدلجندڙ	درجو	عددي سرا	مستقل
$6x^4 + 2x^3 + 3$	x	x^4 ۾ درجو 4 آهي x^3 ۾ درجو 3 آهي	2,6	3

جيئن توهان ڇاٽو ٿا، هڪ بدلجندڙ واري گهڻ رقمي اظهار ۾ بدلجندڙ جي وڏي ۾ وڏي سگهہ 4 جي برابر آهي جيڪو ان اظهار جو درجو پڻ آهي.

سرگرمي 2:

گهڻ رقمي $3x^8 + 4x^3 + 9x + 1$ جو درجو 8 آهي ڇو؟ پاڻ سان گڏ وينل ساٿيءَ سان ان جي سبب تي ڳالهہ ٻولهہ ڪريو. ان گهڻ رقي جا عددي سرا معلوم ڪريو.

سرگرمي 3:

- هن گهڻ رقميءَ ۾ بدلجندڙ ڪهڙا آهن؟
- هن گهڻ رقميءَ ۾ عددي سرا ڪهڙا آهن؟
- x جو درجو ڇا آهي؟

- y جو درجو ڇا آهي؟
- $5x^2 + 2y - 7$ جو درجوڇا آهي؟

درجي سان گڏ گهڻ رقمين جا ڪجهه مثال:

گهٽاماني	گهٽارقم جي رقم	گهٽاعددي يا عددي پڇاڙي	مستقل
$5x^4 + x^2 - 2x + 3$	4	5،1 ۽ 2	3
$12x^3 - 5x^2 + 2$	3	12 ۽ 5	2
$4x + 12$	1	4	12
$6\ (0x^2 + 0x + 6)$	0	0	6

گهڻ رقمين جا درجا معلوم ڪرڻ:

توهان اڳيئين ڪلاس ۾ الجبري اظهار جي رقمن جي باري ۾ سکيو آهي .گهڻ رقمين جون الڳ رقمون انجا حصا آهن جيڪي عام طور تي "+" يا"−" نشانين سان الڳ ٿيندا آهن .تنهن ڪري، هڪ مساوات ۾ هڪ گهڻ رقمي اظهار جو هر حصو هڪ رقم آهي. مثال طور، هن گهڻ رقمي اظهار $2x^2 + 5x + 4$ ۾ رقمن جو تعداد 3 ٿيندو. .

گهڻ رقمين جا درجا معلوم ڪرڻ جا آسان قدم هيٺيان آهن:

مثال1 : $4x^5 + 8x^3 + 3x^5 + 3x^2 + 4 + 2x + 3$ گهڻ رقمي اظهار تي غور ڪريو.

قدم1 : سڀ ملندڙ اصطلاحن کي گڏ ڪريو.

$$(4x^5 + 3x^5)\ + 8x^3 + 3x^2 + 2x + (4 + 3)$$

قدم2 : سڀ مستقل نظر انداز ڪريو ۽ صرف بدلجندڙن سگهن سان لکو.

$$x^5 + x^3 + x^2 + x + x^0$$

قدم3 : بدلجندڙ کي انهن جي سگهن مطابق وڏ نندائي ترتيب ۾ لکو.

$$x^5 + x^3 + x^2 + x^1 + x^0$$

قدم4 : چيڪ ڪريو تہ بدلجندڙن جي سڀ کان وڏي سگهہ ڪهڙي آهي ۽ اهو ئي گهڻ رقميءَ جو درجو آهي.

$$x^5 + x^3 + x^2 + x + x^0$$

هن گهڻ رقمي اظهار ۾ سڀ کان وڏي سگهہ 5 آهي تنهنڪري درجو 5 آهي.

مثال 2 :

هيٺين گهڻ رقمين جو درجو ڇا آهي؟

(i) $5x^4 + 2x^3 + 3x + 4$

جواب: درجو 4 آهي

(ii) $11x^9 + 10x^5 + 11$

جواب: درجو 9 آهي

هاڻي گھڻ رقميءَ جي درجن تي غور ڪريو .مثال طور، x^2y^5 الجبري رقم آهي جنهن ۾ x جودرجو 2آهي، ۽ y جودرجو 5آهي پنهي رقمن جو درجو $5 + 2$ آهي، جيڪو 7 جي برابر آهي .تنهن ڪري، جيڪڏهن a ۽ b هڪ رقم ۾ وڏيڪ بدلجندڙن جا درجا آهن تہ گھڻ رقمي اظهار ۾ ڪنهن درجي جي درجي کي $a + b$ طور تي ڏنو ويندو آهي

مثال3 :

اچو تہ ٻن بدلجندڙن وري هڪ گھڻ رقمي اظهار کي ڏسون:

$-7x^2y - 3xy^3 + 2x$ هن گھڻ رقمي اظهار ۾ تي رقمون آهن،

$7x^2y$، $3xy^3$، $2x$ ۽ ٻہ بدلجندڙ، y ۽ x آهن.

هڪ رقم جو درجو مقرر ڪرڻ لاءِ، توهان سيني بدلجندڙن جي درجي جو جوڙ لهو.

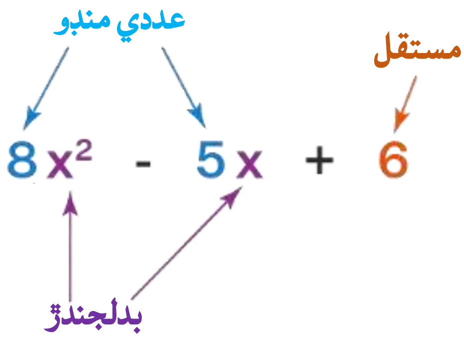
گھڻ رقمي اظهار	درجن جو جوڙ	ڊگري /درجو
$7x^2y$ سال	$2 + 1 = 3$	3
$3xy^3$	$1 + 3 = 4$	4
$2x$	$1 = 1$	1

رقم جو سڀ کان وڏيڪ درجو گھڻ رقميءَ جو درجوطئي ڪندو.

تنهنڪري $-7x^2y$ ،$3xy^3 + 2x$ جو درجو 4 آهي.

توهان اڳ ۾ ئي سکيو آهي تہ هڪ گھڻ رقمي الجبري اظهارهڪ رقمي آهي. جيڪو بدلجندڙ ۽ عدد منڍي تي مشتمل هوندي آهي جنهن ۾ بدلجندڙن سان گڏ جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ وند جا عمل شامل هوندا آهن. تنهنڪري هڪ گھڻ رقمي اظهار ۾ هڪ يا هڪ کا وڏيڪ بدلجندڙ تي سگھن ٿا.

مثال طور: $8x^2 + 5x + 6$ هڪ گهڻ رقمي اظهار ۾ هڪ بدلجندڙ x آهي.
تنهنڪري هن گهڻ رقميءَ جو درجو 2 آهي



هڪ بدلجندڙ وارين گهڻ رقمين ۾ اهي اظهار آهن جن ۾ صرف هڪ بدلجندڙ آهي
هڪ بدلجندڙ وارن گهڻ رقمي اظهارن جا ڪجهه مثال هيٺين ريت آهن.

گهڻ رقميون (هڪ بدلجندڙ سان)					
مثال	مثال	مثال	مثال	مثال	مثال
$x^2 + 3x - 2$	x	2	3	3 ۽ 1	2
$3y^3 + 2y^2 - y + 1$	y	3	4	3، 2 ۽ 1	1
$m^4 - 5m^2 + 8m - 3$	m	4	4	1، 5 ۽ 8	3

گهڻ رقمين جي درجا بندي انجي درجن مطابق ڪئي ويندي آهي. گهڻ رقمين کي درجي جي بنياد تي نالو ڏنو ويو آهي ۽ ظاهر ڪيو ويندو آهي:

- هڪ گهڻ رقمي جنهن جو سڀ کان وڏو درجو ٻڙي '0' هوندو آهي انکي مستقل گهڻ رقمي چئبو آهي. انجو ڪو به بدلجندڙ ناهي. صرف مستقل آهي. 6 کي مستقل يا ٻڙي گهڻ رقمي جي طور تي بيان ڪري سگهجي ٿو. جو ته انجو درجو ٻڙي آهي.

- هڪ گهڻ رقمي جنهن جو درجو 1 هجي انکي هڪ درجي واري گهڻ رقمي چئبو آهي. 4x + 12 هي هڪ درجي واري گهڻ رقمي جو هڪ مثال آهي. جو جو انجو درجو 1 آهي. عام طور تي: ax + b، a≠0, هڪ ليڪي گهڻ رقمي آهي.

- هڪ گهڻ رقمي جنهن جو درجو 2 هجي انکي ٻہ درجي واري گهڻ رقمي چئبو آهي. مثال طور: $2x^2 + 3x + 15$ هڪ ٻہ- درجي واري گهڻ رقميءَ جو هڪ مثال آهي.

عام طور تي، $ax^2 + bx + c$، $a \neq 0$, هڪ ٻہ درجي گهڻ رقمي آهي.

- هڪ گهڻ رقمي جنهن جو درجو 3 هجي انکي ٽي درجي واري گهڻ رقمي چئبو آهي. مثال طور:

$y^3 + 4y + 11$، $8x^3 + 2x^2 + 3x + 15$ ۽ $12x^3 + 5x^2 + 2$ هڪ ٽي درجي واري گهڻ رقميءَ جا مثال آهن عام طور تي،

$ax^3 + bx^2 + cx + d$، $a \neq 0$, هڪ ٽي درجي گهڻ رقمي آهي.

- هڪ گهڻ رقمي جنهن جو درجو 4 هجي انکي چار درجي واري گهڻ رقمي چئبو آهي. مثال طور: $10x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 3x + 15$ هڪ چار درجي واري گهڻ رقميءَ جو مثال آهي.

$ax^4 + bx^2 + cx^2 + dx + e$، $a \neq 0$ هڪ چار درجي گهڻ رقمي آهي

ڪجھ وڌيڪ مثال:

گهڻ رقمي	مثال	درجو	عددي سرو
مستقل يا ٻڙي گهڻ رقمي	3	0	0
هڪ درجي گهڻ رقمي	$3x + 1$	1	3
ٻہ درجي گهڻ رقمي	$4x^2 + 1x + 1$	2	4۽1
ٽي درجي گهڻ رقمي	$6x^3 + 4x^2 + 3x + 1$	3	6، 4، ۽ 3
چار درجي گهڻ رقمي	$6x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 1$	4	6، 3، 3، ۽ 2

انهن ۾ شامل درجن جي تعداد جي بنياد تي گهڻ رقمين جي درجہ بندي ڪري سگهجي ٿي.

هڪ رقمي:

الجبري اظهارجن ۾ رڳو هڪ رقم آهي.انهن اظهارن جا ڪجھ مثال::

- $5x$
- 3
- $6a^4$
- $-3xy$

ٻہ رقمي:

ٻہ درجي الجبري اظهارن جا ڪجهہ مثال هي آهن:

- $5x + 3$
- $6a^4 + 17x$
- $xy^2 + xy$

ٽي رقمي:

ٽي درجي الجبري اظهارن جا ڪجهہ مثال هي آهن:

- $8a^4 + 2x + 7$
- $4x^2 + 9x + 7$
- $x^3 - 2x^2 + 4$
- $xy^2 + xy + 2$

هڪ درجي الجبري اظهار	ٻہ درجي الجبري اظهار	ٽي درجي الجبري اظهار
هڪ رقمي	ٻہ رقمي	ٽي رقمي
مثال: $x, 3y, 29, \frac{x}{2}$	**مثال:** $x^2 + x, x^3 - 2x, \quad y + 2$	**مثال:** $x^2 + 2x + 20$

ٻن بدلجندڙن سان گڏ گهڻ رقميءَ جو هڪ مثال:

$4x^3y + 2xy^2 + x + 7$ هڪ گهڻ رقمي آهي جنهن ۾ هڪ بدلجندڙ x ۽ y آهن ۽ هن گهڻ رقميءَ جو درجو 4 آهي، چاڪاڻ تہ درجي کي طئي ڪرڻ لاءِ توهان ان جي رقمن جي سگهن جوڙ ڪريوتا. انڪري سيني رقمن جي سگهن مان سڀ کان وڏين سگهن جو جوڙ هڪ گهڻ رقمي جي درجي کي ظاهر ڪري ٿو.

$4x^3y - 2xy^2 + x - 7$	
رقم	**درجو**
$4x^3y$	$3 + 1 = 4$
$2xy^2$	$1 + 2 = 3$
x	1
7	0

هڪ ۽ هڪ کان وڌيڪ بدلجندڙ سان گهڻ رقمين جا ڪجهه مثال هيٺ ڏجن ٿا.

گهڻ رقميون					
مستقل	**عددي سرا**	**رقمن جو تعداد**	**درجو**	**بدلجندڙ**	**مثال**
2	1 ۽ 3	3	2	x	x^2+3x-2
1	3، 2 ۽ 1	4	3	y	$3y^3+2y^2-y+1$
3	1، 5 ۽ 8	4	4	m	m^4-5m^2+8m-3
1	2، 3، 4	4	3	x، y	$2x^3+3y^2+4xy+1$
0	8، 1	4	4	x، y	$x^2y^2+xy^3+y^4-8xy$

مشق1

درجي ۽ رقمن جي تعداد جي بنياد تي ڏنل گهڻ رقمين جي انهن جي قسمن مطابق درجه بندي ڪريو

$\mathbf{7x;\ 3x-1;\ 2x^2-x+3;\ x^3-2x+5;\ 6xy-20y^6;\ x^3+4x^2+1}$

الجبري اظهار	**هڪ رقمي**	**ٻه رقمي**	**ٽي رقمي**
هڪ درجي گهڻ رقمي			
ٻه درجي گهڻ رقمي			
ٽي درجي گهڻ رقمي			

حصو پيو: گهڻ رقمي اظهارن تي عمل

افقي طور تي گهڻ رقمين جو جوڙ:

مثال 1: $(3b+5)+(2b+4)$

حل:

$3b+5+\ 2b+4$	ڏنگيون ختم ڪيو
$3b\ +2b\ +5\ +4$	هڪ جهڙيون رقمو گڏ ڪريو
$5b\ +\ 9$	جواب لکو.

مثال 2: $(-5x^2-10x+2)+(3x^2+7x-4)$

حل:

$-5x^2-10x+2\ +\ 3x^2+7x-4$	ڏنگيون ختم ڪيو ۽ ان ڳالھ کي يقيني بڻايو تہ هر اصطلاح سان گڏ نشاني موجود آهي.
$-5x^2+3x^2-10x+7x+2-4$	هڪ جهڙيون رقمو گڏ ڪريو
$-2x^2-3x-2$	جواب لکو

(عمودي طور تي گهڻ رقمين جي جوڙ)

توهان عمودي طور تي گهڻ رقمين کي جوڙ ڪري سگهو ٿا.

مثال3:

جوڙ ڪريو: $(3z^2 + 2z - 7) + (7z^2 - 4z + 8)$

حل:

هڪ گهڻ رقمي ۾ ٻي گهڻ رقمي جي هيٺان لکوءِ ان ڳالهه کي يقيني بڻايو تہ هڪجهڙا اصطلاح هڪ ٻئي جي هيٺان اچي چڪا آهن.

جوڙ ڪيو: $(3z^2 + 2z - 7) + (7z^2 - 4z + 8)$

حل ڪيو: $3z^2 + 2z - 7$

$+7z^2 - 4z + 8$

اشارن تي توجهه ڏيندي هيٺ ڏنل کي جوڙ ڪريو

$$\begin{array}{r} 3z^2 + 2z - 7 \\ +7z^2 - 4z + 8 \\ \hline +10z^2 - 2z + 1 \end{array}$$

جواب: $(3z^2 + 3z - 7) + (7z^2 - 4z + 8) = 10z^2 - 2z + 1$

افقي طور تي گهڻ رقمين جي ڪٽ

جڏهن توهان هڪ گهڻ رقمي کي ٻي گهڻ رقمي مان ڪٽ ڪندا آهيو تہ: اوهان کي سڀ کان پهرين ان جا متضاد ناهڻا پوندا جيڪي پهرين رقم مان ڪٽ ٿيندا پوءِ اسان اهڙي طرح سيني اصطلاحن کي گڏ ڪنداسين. گهڻ رقمين جي متضاد کي معلوم ڪرڻ لاءِ اوهان کي گهڻ رقمي اصطلاحن جي آڏو ڏنل نشانين کي تبديل ڪرڻ جي ضرورت پوندي.

مثال 1:

$$(15x^2 + 12x + 20) - (9x^2 + 10x + 5)$$

هن مثال ۾ $(9x^2 + 10x + 5)$ کي ڪٽ ڪرڻو آهي تنهنڪري توهان کي گهڻ رقمي جي هر اصطلاح جي آڏو ڏنل نشانين کي تبديل ڪرڻو پوندو.

$(15x^2 + 12x + 20) \ - 9x^2 - 10x - 5$	گهڻ رقمي جي هر اصطلاح جي نشانيءَ کي تبديل ڪريو
$15x^2 + 12x + 20 \ - 9x^2 - 10x - 5$	ڏنگيون هٽايو
$15x^2 \ - \ 9x^2 + 12x \ - 10x \ + 20 - 5$	هڪجهڙن اصطلاحن کي گڏ ڪيو
$6\,x^2 + 2x + 15$	حل ڪيو ۽ جواب حاصل ڪريو

مثال 2:

$$(4x - 10y + 15z) - (5x + 8y - 20z)$$

$4x - 10y \ + 15z - 5x - 8y + 20z$	ڏنگين ذريعي بي گهڻ رقميءَ جي نشانيءَ کي تبديل ڪريو.
$4x - 5x - 10y - 8y + 15z + 20z$	هڪجهڙن اصطلاحن کي گڏ ڪريو
$-x - 18y + 35z$	حل ڪريو ۽ جواب حاصل ڪريو

عمودي طور تي گهڻ رقمين جي ڪٽ

گهڻ رقمين ڪي عمودي طور تي ڪٽ ڪرڻ تمام آسان آهي، هڪجهڙين گهڻ رقمين ڪي عمودي طور تي ترتيب ڏيڻ کان پوءِ ٻي گهڻ رقمي ۾ نشانيون تبديل ڪيون وينديون آهن. جيڪو گهڻ رقمين ڪي ڪٽ ڪرڻ جو آسان طريقو آهي.

مثال 1:

$5x^2 - 14x - 15$ مان $4x^2 + 8x + 10$ ڪٽ ڪريو

- **مرحلو نمبر1:** گهڻ رقميءَ کي معياري شڪل ۾ ترتيب ڏيو.
- **مرحلو نمبر2:** جيئن مٿي ڏنل ٻه ڪثير رقمي اصطلاح آهن $4x^2$ ۽ $8x$، $5x^2$ ۽ 10، $-14x$ ۽ -15
- **مرحلو نمبر3:** گهڻ رقمين کي هاٽي اهڙيءَ طرح لکو جيئن هڪجهڙا اصطلاح هڪ ٻئي جي هيٺيان ۽ مٿان اچي وڃن.
- **مرحلو نمبر4:** ڪٽ ٽينڊز گهڻ رقمين جي نشانين کي تبديل ڪريو ۽ جواب معلوم ڪريو.

$$(5x^2 - 14x - 15) - (4x^2 + 8x + 10)$$

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 14x - 15 \\ +4x^2 + \ 8x + 10 \\ \underline{- \quad\quad - \quad\quad -} \\ x^2 - 22x - \ 25 \end{array}$$

مثال2: $7x^2 - 12y + 10$ مان $x^2 - 45y + 35$ مان ڪٽ ڪريو.

حل: گهڻ رقمين کي عمودي طور اهڙيءَ طرح ترتيب ڏيو جو هڪجهڙا اصطلاح هڪ ٻئي جي هيٺان اچي وڃن پوءِ ٻي گهڻ رقمي جي نشانين کي تبديل ڪريو ۽ جواب معلوم ڪريو.

$$\begin{array}{r} 7x^2 - 12y + 10 \\ x^2 - 45y + 35 \\ \underline{- \quad\quad + \quad\quad -} \\ \underline{6x^2 + 33y - 25} \end{array}$$

ګهڻ رقمين جي ضرب:

ٻن ګهڻ رقمين کي ضرب ڪرڻ لاءِ:

- هڪ ګهڻ رقمي جي هر اصطلاح کي ٻي ګهڻ رقمي جي هر اصطلاح سان ضرب ڪريو.
- ۽ انهن جوابن کي جوڙ ڪريو.

مثال1: هڪ اصطلاح جي ٻئي اصطلاح سان ضرب

هڪ اصطلاح کي ٻئي اصطلاح سان ضرب ڪرڻ لاءِ پهرين عددن کي ضرب ڪريو پوءِ هر بدلجندڙ کي ضرب ڪريو (هڪجهڙن بدلجندڙن کي ضرب ڏيڻ جي معنىٰ آهي ان جي درجن کي جوڙ ڪرڻ $y \times y = y^2$)

$$(2xy)(4y) = 2.4.xy.y = 8xy^2$$

مثال2: هڪ اصطلاح × ٻه اصطلاح

ٻنهي اصطلاحن ۾ هر هڪ واحد اصطلاح کي ضرب ڏيو.

$$2x(x + 3xy) = 2x.x + 2x.3xy$$
$$= 2x^2 + 6x^2y$$

اهڙي طرح $4x(2x^2 + y)$

$$4x(2x^2 + y) = (4x \times 2x^2) + (4x \times y) = 8x^3 + 4xy$$

مثال3: 2 اصطلاح × 2 اصطلاح

پهرين ٻن اصطلاحن کي پوئين ٻن اصطلاحن سان واري واري سان ضرب ڪيو ويندو آهي.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

اهڙيءَ طرح

$$(2x+3y)\,(4x-5y)$$
$$= 2x(4x-5y) + 3y(4x-5y)$$
$$= \; 8x^2 - 10xy + 12xy - 15y^2$$
$$= 8x^2 + 2xy - 15y^2$$

گهڻ رقمين جي ونڊ

ٻن گهڻ رقمين کي ونڊ ڪرڻ جي لاءِ هڪ گهڻ رقمي کي ٻي گهڻ رقمي جي هيٺان رکو ۽ تقسيم جو عمل شروع ڪريو.

$$\frac{x^2 - 3x - 10}{x+2}$$

سڀ کان پهريان ساڄي طرف ونڊجندڙ ۽ کاٻي طرف ونڊيندڙ رکو.

$$x+2\overline{)x^2 - 3x - 10}$$

ونڊيندڙ جي پهرين اصطلاح کي ونڊجندڙ جي پهرين اصطلاح سان ونڊ ڪريو ۽ حاصل جواب کي مٿين ليڪ مٿان رکو.

$$\begin{array}{r} x \\ x+2\overline{)x^2 - 3x - 10} \end{array}$$

ان نتيجي کي ونڊيندڙ سان ضرب ڏيو، تہ اهري صورت ۾ $(x+2) \times x = x^2 + 2x$ ان نتيجي کي ونڊجندڙ جي هيٺان رکو.

$$
\begin{array}{r l}
 & x \\
x+2\,\big) & \overline{x^2 - 3x - 10} \\
 & x^2 + 2x
\end{array}
$$

نئين لائن جي نتيجي کي سڌي طرح مٿين رقم مان ڪٽ ڪريو (ٽيڪنيڪل طور توهان کي نشان تبديل ڪرڻا پوندا) تنهنڪري توهان جو نتيجو ڪٽ هوندو تہ توهان کي ان جي بجائي جوڙ ڪرڻو پوندو ۽ ان کي هيٺ ڏنل ليڪ هيٺان رکبو.

$$
\begin{array}{r l}
 & x \\
x+2\,\big) & \overline{x^2 - 3x - 10} \\
 & \underline{-x^2 + 2x\quad} \\
 & \;\;0 \;- 5x - 10
\end{array}
$$

هاٽي لڪير جي هيٺان وندبيندڙ ۽ نئين گهڻ رقمي جي عمل کي دهرايو ۽ تقسيم ڪندڙ پهرين اصطلاح (x) کي تقسيم ٽيندڙ پهرين اصطلاح ($-5x$) سان تقسيم ڪريو ۽ حاصل جواب کي ان جي مٿان رکو.

$$
\begin{array}{r l}
 & x \;\; -5 \\
x+2\,\big) & \overline{x^2 - 3x - 10} \\
 & \underline{-x^2 + 2x\qquad} \\
 & \;\;0 \;- 5x - 10
\end{array}
$$

ان نتيجي کي وندبيندڙ رقم سان ضرب ڪريو.

اهڙي طرح $(x + 2) \times -5 = -5x - 10$ ۽ نتيجي کي هيٺان رکو.

$$
\begin{array}{r l}
 & x \;\; -5 \\
(x+2)\,\big) & \overline{x^2 - 3x - 10} \\
 & \underline{\pm x^2 \pm 2x\qquad} \\
 & \;\;0 \;- 5x - 10 \\
 & \qquad\; -5x - 10 \\
 & \qquad\;\; \underline{+ \qquad +} \\
 & \qquad\qquad\;\; 0 - 0
\end{array}
$$

پوءِ هينئين گهٽ رقمي کي گهٽ رقمي مان ڪٽ ڪريو (اهڙي صورت ۾ نشانيون تبديل ڪريو) ۽ ايندڙ جواب کي لکو.

$$\frac{6x^2 + 10x - 24}{2x + 6}$$

مثال 2:

$$\begin{array}{r|l}
 & 3x - 4 \\
\hline
2x + 6 & 6\cancel{x^2} + 10x - 24 \\
 & -\cancel{6}x^2 - 18x \\
\hline
 & \quad -8\cancel{x} - 2\cancel{4} \\
 & \quad +\cancel{8}x + \cancel{2}4 \\
\hline
 & \qquad 0 \\
\hline
\end{array}$$

مثال 3:

$$\begin{array}{r|l}
 & 4x + 7 \\
\hline
x - 3 & 4x^2 - 5x - 21 \\
 & +4x^2 - 12x \\
 & \;\; - \qquad + \\
\hline
 & \qquad +7x - 21 \\
 & \qquad +7x - 21 \\
 & \qquad \;\; - \quad + \\
\hline
 & \qquad\qquad 0
\end{array}$$

مشق 2

.1 هيٺ ڏنل کي حل ڪريو:

(i). $(2\,x+5)+(4x+6)$

(ii). $(x^2-6\,x-9)+(-\,5\,x^2+9\,x+2)$

(iii). $(2\,xy+x+5)-(3\,xy-2x+7)$

(iv). $(-\,7\,x^2y+xy+3x+2)-(5\,x^2y-5\,xy-6x-7)$

(v). $2x(x^3+2x^2-3x+4)$

(vi). $(x+y)(x-y)$

(vii). $(2p+3q)\times(4p-8q)$

(viii). $(x^2+n-3)\div(x+3)$

(ix). $(9x^2-6xy-8y^2)\div(3x+2y)$

(x). $(a^6-b^6)(a^2-b^2)$

.2 هر سوال لاءِ ڏنل جوابن مان دُرست جو تي (✓) جو نشان لڳايو.

i) $4m$جي ضرب $3m$برابر آهي:

A. $7m^2$

B. $12m^2$

C. $12m^3$

D. $12m$

ii) $4m$جي وند$2m$برابر آهي:

A. 2

B. $2m$

C. $2m^2$

D. $8m$

iii) $(\mathbf{7} + \mathbf{5}\boldsymbol{x} -) - (\mathbf{6} - \boldsymbol{x}\ \mathbf{9})$برابر آهي:

A. $14x - 13$

B. $4x + 1$

C. $-4x + 13$

D. $-4x - 13$

iv) $(\mathbf{7} + \mathbf{5}\boldsymbol{x} -) + (\mathbf{6} - \boldsymbol{x}\ \mathbf{9})$برابر آهي:

A. 14x + 1

B. 4x − 1

C. 4x + 1

D. 4x + 13

v) $(\mathbf{1} + \mathbf{3}\boldsymbol{x})\mathbf{2}-$ برابر آهي:

A. 6x + 2

B. 6x + 2

C. 6x − 2

D. 6x − 2

باب ڇهون جزاء همزاد مساواتون

حصو پهريون: جزا

جزا لهڻ جو عمل

جڏهن ٻہ يا ٻن کان وڌيڪ الجبري اظهارن جي ضرب اُپت ڏنل اظهار جي برابر هجي تہ اهي اظهار ان ضرب اُپت جا جزا سڏرائيندا آهن. مثال طور جيڪڏهن $3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$ هجي تہ 3, x ۽ $(x + 2)$ ان رقم جا جزا ٿيندا $3x^2 + 6x$ جيڪي حاصل ضرب سان ظاهر ٿين ٿا.

$ka + kb + kc$ اظهار جا جزا لهڻ:

اسان ڄاڻون ٿا تہ جيڪڏهن k هڪ غير ٻڙي حقيقي عدد هجي تہ

$$\boxed{Ka + kb + kc = k\,(a + b + c)}$$

هتي $k\,(a + b + c)$ هن رقم جا ٻہ جزا آهن جا k هڪ ۽ ٻيو $(a + b + c)$

مثال1: جزا لهو: (i) $5x + 10y + 20z$ (ii) $6x^2 + 12xy - 30xy^2$

حل:

(i) $5x + 10y + 20z$

$= 5(x + 2y + 4z)$

(ڇاڪاڻ تہ 5 عام جزو آهي)

(ii) $6x^2 + 12xy - 30xy^2$

$= 6x(x + 2y - 5y^2)$

(ڇاڪاڻ تہ $6x$ عام جزو آهي)

$ac + ad + bc + bd$ اندازجي اظهارجا جزا لهڻ:

اسان کي خبر آهي تہ: $\boxed{ac + ad + bc + bd = (a + b)(c + d)}$

ثبوت:

$\text{L.H.S} = \underline{ac + ad} + \underline{bc + bd}$

$= a(c + d) + b(c + d)$

$= (a + b)(c + d) = \text{R.H.S}$

$\text{R.H.S} = (a + b)(c + d)$

$= a(c + d) + b(c + d)$

$= ac + ad + bc + bd = \text{L.H.S}$

مثال2: جزا لهو: (i) $5x + xz + 5z + z^2$ (ii) $3x^2y + 6xy^2 - 2xz - 4yz$

حل:

(i) $\underline{5x + xz} + \underline{5z + z^2}$

$= x(5 + z) + z(5 + z)$

$= (5 + z)(x + z)$

(ii) $\underline{3x^2y + 6xy^2} - \underline{2xz - 4yz}$

$= 3xy(x + 2y) - 2z(x + 2y)$

$= (x + 2y)(3xy - 2z)$

$a^2 \pm 2ab + b^2$ اندازجي اظهارجا جزا لهڻ:

(i) اسان کي خبر آهي تہ

ثبوت: $\boxed{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$

$\text{L.H.S} = a^2 + 2ab + b^2$

$= \underline{a^2 + ab} + \underline{ab + b^2}$

$= (a + b)(a + b)$

$= (a + b)^2 = \text{R.H.S}$

(ii) اسان کي خبر آهي تہ

ثبوت: $\boxed{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$

$\text{L.H.S} = a^2 - 2ab + b^2$

$= \underline{a^2 - ab} - \underline{ab + b^2}$

$= a(a - b) - b(a + b)$

$= (a - b)(a - b) = (a - b)^2 = \text{R.H.S}$

مثال1: جزا لهو: $x^2 + 6xy + 9y^2$

حل: $x^2 + 6xy + 9y^2$

$= (x)^2 + 2(x)(3y) + (3y)^2$

$= (x + 3y)^2$ (فارمولا مطابق)

مثال2: جزا لهو: $25x^2 - 10xy + y^2$

حل: $25x^2 - 10xy + y^2$

$= (5x)^2 - 2(5x)(y) + (y)^2$

$= (5x - y)^2$ (فارمولا مطابق)

$a^2 - b^2$ انداز جي اظهارن جا جزا لهڻ:

اسان کي خبر آهي

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ثبوت: $\mathbf{R.H.S} = (a + b)(a - b)$

$= a(a - b) + b(a - b)$

$= a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$ $\mathbf{L.H.S}$

مثال1: جزا لهو:

حل: $4a^2 - 9b^2$

$= (2a)^2 - (3b)^2$

$= (2a + 3b)(2a - 3b)$

مثال2: جزا لهو: (i) $25x^2 - 36y^2$ (ii) $8a^2 + 50b^2$

حل: **(i)** $25x^2 - 36y^2$

$= (5x)^2 - (6y)^2$

$= (5x + 6y)(5x - 6y)$

(ii) $8a^2 + 50b^2$

$= 2(4a^2 - 25b^2)$

$= 2\{(2a)^2 - (5b)^2\}$

$= 2(2a + 5b)(2a - 5b)$

مشق 1:

(الف) هيٺ ڏنل رقمن جا جزا لهو:

(1) $4x + 8z$

(2) $2x - 4xy + 8xz$

(3) $5x + 10y + 3xz + 6yz$

(4) $x^2 + 5x + 6xy + 30y$

(5) $abc - abd + cx - xd$

(ب) جزا لهو:

(1) $a^2 + 10a + 25$

(2) $x^2 + 12xy + 36y^2$

(3) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(4) $16a^2 + 40ab + 25b^2$

(5) $49p^2 - 14p + 1$

(ج) جزا لهو:

(1) $81x^2 - 4y^2$

(2) $169a^2 - 100b^2$

(3) $3a^2 - 27b^2$

(4) $2p^2 - 18q^2$

(5) $5x^2 - 125y^2$

حصو ٻيو: همزاد ليڪي مساواتون

جيڪڏهن توهان وٽ ٻه مختلف مساواتون آهن ۽ هر هڪ ۾ ٻه نامعلوم آهن، مثال طور x ۽ y، ته توهان ٻنهي نامعلومن کي حل ڪري سگهو ٿا. اهڙي مساواتن جي جوڙي کي همزاد مساوات سڏيو ويندو آهي. چاڪاڻ ته هي مساوات هڪ ئي وقت ۾ حل ٿيندڙ آهن.

$$2x + 4y = 14$$

$$4x - 4y = 4$$

x ۽ y مٿين مساواتن جي جوڙي لاءِ قدرن جو هڪڙو سيٽ جيڪو ٻنهي بدلجندڙن کي پورو ڪندو هڪ ئي وقت صحيح قيمت آهي جيڪا (3،2)آهي.

سرگرمي:

دوستن جو هڪ گروپ ڪيفي ڪراچي ويو. هن چانهه ۽ ڪافي جو آرڊر ڏنو. ٻن چانهن ۽ هڪ عدد ڪافي جي قيمت 200 رپيا آهي. جڏهن ته هڪ چانهه ۽ هڪ ڪافيءَ جي گڏيل قيمت 150 رپيا آهي ته معلوم ڪريو هڪ پيالي چانهه جي قيمت ۽ هڪ پيالي ڪافي جي قيمت ڪيتري آهي ؟

اچو ته سمجهون ٿا ته هڪ پيالي چانهه جي قيمت x ۽ هڪ پيالي ڪافي جي قيمت y آهي. ان صورتحال مان، توهان ٻه مساواتون ناهي سگهو ٿا.

$2x + y = 200$ (مساوات هڪ)

$x + y = 150$ (مساوات ٻه)

ٻئي ڏينهن دوست ڪيفي حيدرآباد ويا، چانهه ۽ ڪافي جو آرڊر ڏنو. هنن ٽن چانهن ۽ ٻن ڪافين لاءِ 350 رپيا ڏنا. ۽ ٽن چانهن ۽ چار ڪافين لاءِ 550 رپيا ڏنا.

هڪ چانهه ۽ هڪ ڪافي جي قيمت معلوم ڪرڻ لاءِ توهان کي مسوات ناهڻي پوندي.

$3x + 2y = 350$ (مساوات هڪ)

$3x + 4y = 550$ (مساوات ٻه)

همزاد مساوات کي حل ڪرڻ

مثال 1:

$x + y = 24$ (مساوات هڪ)

$2x - y = -6$ (مساوات ٻه)

هن مساوات ۾ y بدلجندڙ برابر ۽ مخالف آهن.

مساوات 1 ۽ 2 کي جوڙ ڪرڻ سان y کي ختم ڪر سگهو ٿا.

$$\begin{array}{r} x + y = 24 \\ + \; 2x - y = -6 \\ \hline 3x + 0 = 18 \end{array}$$

چاڪاڻ ته مساوات 1 y اصطلاح تي مشتمل آهي جڏهن ته مساوات 2 هڪ منفي اصطلاح تي مشتمل آهي. هي ٻئي اصطلاح جوڙ ڪرڻ سان هڪ ٻئي کي رد ڪري ڇڏيندا آهن جنهن سان y بدلجندڙ اصطلاح واري هڪ نئين مساوات آهي جيڪا اسان کي x جي قيمت معلوم ڪرڻ لاءِ x: $3x = 18$ کي آساني سان حل ڪرڻ جي اجازت ڏئي ٿي. ٻنهي طرف 3 ونڊ ڪرڻ سان $x = 6$ حاصل ٿيندو.

اصل مساوات ۾ x جي قيمت رکڻ سان

$x + y = 24$

$6 + y = 24$

ٻنهي پاسن کان 6 ڪٽ ڪريو.

$6 - 6 + y = 24 - 6$

$y = 18$

تنهنڪري $(x, y) = (6, 18)$

مثال 2: هيٺ ڏنل مساواتن تي غور ڪريو.

$2x + 2y = 14$ (مساوات هڪ)

$3x + y = 1$ (مساوات ٻہ)

هن صورتحال ۾ توهان کي اهو سمجهڻ گهرجي تہ ٻن مساواتن کي جوڙ ڪرڻ سان ڪنهن بہ نامعلوم کي ختم نہ ڪري سگهبو. هتي اوهان کي عددي مُنيا برابر ڪرڻ جي ضرورت آهي.
هڪ بدلجندڙ y کي ختم ڪرڻ لاءِ اسان کي مساوات 2 کي 2 سان ضرب ڪرڻو پوندو.

$$
\begin{array}{rr}
 & 2x + 2y = 14 \\
+ & -6x - 2y = -26 \\
\hline
 & -4x + 0y = -12
\end{array}
$$

اسان وٽ جيڪو حاصل ٿيو آهي اها هڪ نئين مساوات آهي، پر هڪ اڻڄاتل متغير x سان گڏ.

جيڪا $-4x = -12$ جي $x,$ قيمت کي حل ڪرڻ جي اجازت ڏئي ٿو.

ٻنهي پاسن سان -4 ونڊ ڪرڻ سان اسان کي $x = 3$ حاصل ٿيندو.

هاڻي اسان وٽ x جي قيمت معلوم آهي جيڪا y جي قيمت لهڻ لاءِ استعمال ڪندا سين.

مساوات 1 ۾ x جي قيمت وجهڻ سان

$2(3) + 2y = 14$

$6 + 2y = 14$

ٻنهي پاسن کان 6 ڪٽ ڪريو.

$6 - 6 + 2y = 14 - 6$

$2y = 8$

ٻنهي پاسن سان 2 ونڊ ڪرڻ سان اسان کي 4 حاصل ٿيندو آهي جيڪو y قيمت جي برابر آهي.

تنهنڪري $(x, y) = (3, 4)$

مثال 3: ٻن عددن جو مجموعو 14 آهي ۽ انهن جو فرق 2 آهي تہ عدد معلوم ڪريو.

ٻن عددن کي x ۽ y سان ظاهر ڪريو.

(i) $x + y = 14$

(ii) $x - y = 2$

مساوات(i) ۽ (ii) کي جوڙ ڪرڻ سان $2x = 16$ حاصل ٿيندو

$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$ يا، $x = \frac{16}{2}$ يا

$x = 8$ يا

مساوات (i) ۾ x جي قيمت رکڻ سان اسان کي y جي قيمت ملندي.

$8 + y = 14$

$8 - 8 + y = 14 - 8$ يا

$y = 14 - 8$ يا

$y = 6$ يا

تنهنڪري، $x = 8$ ۽ $y = 6$

تنهنڪري ﮧ عدد 6 ۽ 8 آهن.

مثال 4: منو ۽ راجو جي موجوده عمرن جو جوڙ 11 سال آهي. منو راجو ڪان 9 سال وڏو آهي. انهن جي موجودا عمريون معلوم ڪريو.

منو جي موجودا عمر x سال ۽ راجو جي موجودا عمر yسال آهي تہ:

$$(1)\ \ x + y = 11$$
$$(2)\ \ x - y = 9$$

(1)۽ (2) کي جوڙ ڪرڻ سان حاصل ٿيندو آهي.

$$2x = 20$$
$$x = 10$$

۽

$$x + y = 11$$
$$10 + y = 11$$
$$y = 11 - 10 = 1$$

منو جي موجوده عمر 10 سال ۽ راجو 1 سال جو آهي.

مثال 5: جيڪڏهن پُٽ جي عمر پيءُ جي عمر ۾ ﮧ دفعا جوڙ ڪجي تہ اها 56 سال ٿئي ٿي. جيڪڏهن پيءُ جي عمر کي پُٽ جي عمر ۾ ﮧ ڀيرا ملايو وڃي تہ اها 82 سال ٿئي ٿي تہ پيءُ ۽ پُٽ جي عمر معلوم ڪريو.

پيءُ جي عمر $=x$ سال

پُٽ جي عمر =y سال

پوءِ

(i) $2y + x = 56$

۽

(ii) $y + 2x = 82$

مساوات(i) کي 2 سان ضرب ڪرڻ سان اسان کي ملندي

(iii) $4y + 2x = 112$

x کي ختم ڪرڻ لاءِ مساوات (iii) مان مسوات (ii) کي ڪٽ ڪريو.

$$\begin{array}{lrcl}
\text{(iii)}______ & 4y + \cancel{2x} & = & 112 \\
\text{(ii)}______ & y + \cancel{2x} & = & 82 \\
 & (-)\quad (-) & & (-) \\
\hline
 & 3y & = & 30
\end{array}$$

ٻنهي پاسي 3 ونڊ ڪرڻ سان

$\frac{3y}{3} = \frac{30}{3}$

يا، $y = \frac{30}{3}$

يا $y = 10$

مساوات(i) ۾ y جي قيمت رکڻ سان اسان کي x جي قيمت ملندي.

$2y + x = 56$

$2 \times 10 + x = 56$

يا $20 + x = 56$

يا $20 - 20 + x = 56 - 20$

$x = 56 - 20$

يا $x = 36$

$(x, y) = (36, 10)$

متبادل طريقي سان مساوات کي حل ڪرڻ

متبادل طريقي ۾ اسان هڪڙي مساوات بي مساوات سان هن طرح ڳنڍيندا آهيون تہ جيئن هڪ متغير ٻئي طريقي جي لحاظ کان بيان ٿي سگهي. ڏنل همزاد مساوات تي غور ڪريو.

(i) $x + y = 24$
(ii) $2x - y = -6$

مساوات 1 کي x جي لحاظ کان ڪٽو ۽ y جي وضاحت ڪريو.

$$x + y = 24$$
$$y = 24 - x$$

ان کان پوءِ مساوات 2 ۾ ساڳئي متغير لاءِ ان کي تبديل ڪريو.

هن صورت ۾ اسين y کي ڪٽون ٿا جيڪا $24 - x$ آهي ۽ ان کي مساوات 2 ۾ y جي جڳهہ تي رکون ٿا.

$$y = 24 - x$$
$$\downarrow$$
$$2x - y = -6$$
$$\downarrow$$
$$2x - (24 - x) = -6$$

هاڻي اسان وٽ هڪ (x) واري مساوات آهي، اسان ان کي عام حسابي طريقي وسيلي حل ڪري سگهون ٿا.

$2x - 24 + x = -6$

انهن اصطلاحن کي گڏ ڪرڻ سان اسان حاصل ڪنداسين

$3x - 24 = -6$

ٻنهي پاسي 24 جوڙ ڪرڻ سان $3x = 18$

ٻنهي پاسن کي 3 سان ونڊ ڪرڻ سان

$x = 6$

هاڻي جيئن تہ x معلوم آهي اسان x جي قيمت کي ڪنهن اصل مساوات ۾ وجهي y جي قيمت معلوم ڪري سگهون ٿا. $x = 6$ جي قيمت $x + y = 24$ ۾ وجهڻ سان

$6 + y = 24$

ٻنهي پاسي 6 ڪٽ ڪرڻ سان.

$y = 18$

$(x, y) = (6, 18)$

مشق 2

1. x ۽ y لاءِ حل ڪريو: $5x + 3y = 7$ ۽ $3x + 5y = -23$

2. a ۽ b لاءِ حل ڪريو: $a - 9b = -2$ ۽ $10a - 8b = 610$

3. x ۽ y جي قيمت معلوم ڪريو.

$$2x + 4y = 14$$

$$4x - 4y = 4$$

4. متبادل جي طريقي سان همزاد مساوات حل ڪريو

$$6a + b = 18$$

$$4a + b = 14$$

5. خارج ڪرڻ واري طريقي سان همزاد مساواتن کي حل ڪرڻ

$$3h + 2i = 8$$

$$2h + 5i = -2$$

6. ٻہ پينسلون ۽ هڪ ربڙ جي قيمت 35 رپيا آهي ۽ 3 پينسلن ۽ چار ربڙن جي قيمت 65 رپيا آهي. پينسل ۽ ربڙ جي قيمت الڳ الڳ ڳوليو.

7. ٻن عددن جو مجموعو 209 آهي جيڪڏهن هڪ عدد ٻئي کان 7 ڀيرا گهٽ آهي تہ عدد معلوم ڪريو؟

8. مستطيل جو دائرو 158 سينٽي ميٽر آهي. جيڪڏهن ان جي ڊيگهہ ويڪر کان 3 دفعا وڏيڪ هجي تہ مستطيل جي ايراضي معلوم ڪريو؟

باب ستون: **ايراضي ۽ مقدار**

تڪنديءَ جي ايراضي معلوم ڪرڻ (هيرو جو فارمولا جو استعمال)

جيڪڏهن A، B ۽ C تڪنديءَ جا پاسا هجن ۽ تڪنديءَ جو سيمي پيريميٽر (اڌ پيريميٽر) "S" هجي ته تڪنديءَ جي ايراضي معلوم ڪرڻ لاءِ فارمولا آهي.

تڪنديءَ جي ايراضي $= \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$ (چورس يونٽن ۾)

(نوٽ): "S" سيمي يا اڌ پيريميٽر آهي، جنهن جو مطلب آهي تڪنديءَ جو اڌ فريم S ڪي فارمولا استعمال ڪري معلوم ڪبو آهي.

$$s = \frac{(a+b+c)}{2}$$

مثال 1: هڪ تڪنديءَ جي ايراضي معلوم ڪريو جنهن جي پاسن جي ديگهه 6، 8 ۽ 10 سينٽي ميٽر آهي.

حل:

پاسن جي ديگهه $= 10,8,6$

سيمي پيريميٽر جي قيمت $= s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6+8+10}{2} = 12$

تڪنديءَ جي ايراضي $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{12\ (6)\ (4)\ (2)}$

$= \sqrt{576} = 24\ cm^2$

مثال2: هڪ ٽڪنڊي جا پاسا 13 سينٽي ميٽر، 14 سينٽي ميٽر ۽ 15 سينٽي ميٽر آهن. ان جي ايراضي معلوم ڪريو.

حل: مليل مواد:

$$a = 13cm, b = 14cm \text{ and } c = 15cm$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} \quad \text{هاڻي}$$

$$S = \frac{13+14+15}{2} = 21 \ (\text{سينٽي ميٽر})$$

$$\text{ٽڪنڊي جي ايراضي} \quad = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{21\ (21-13)\ (21-14)\ (21-15)}$$

$$= \sqrt{21 \ \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$= 84\ cm^2$$

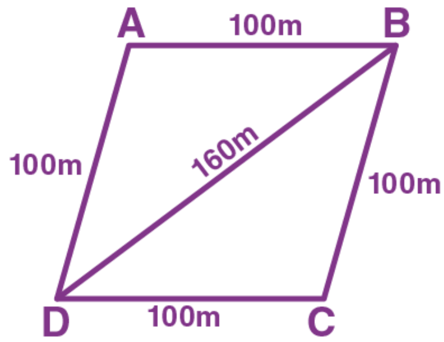
چوڪندي جي ايراضي معلوم ڪرڻ (هيرو جو فارمولا استعمال ڪري)

هيرو جو فارمولو چوڪندي تي پڻ لاڳو ٿئي ٿو هڪ چوڪندي جي ايراضي معلوم ڪرڻ لاءِ ان کي ٽڪنڊ ۾ تبديل ڪيو ويندو آهي.

هڪ دفعو جڏهن چوڪندي شڪل ٽڪنڊي شڪلين ۾ ورهائجي ويندو آهي ته اسان هر الڳ ٽڪنڊن حصن جي ايراضيءَ کي معلوم ڪرڻ لاءِ هيرو جو فارمولو استعمال ڪندا آهيو ته هر ٽڪنڊي واري ايراضيءَ کي معلوم ڪرڻ کان پوءِ، چوڪندي حصي جي ايراضيءَ کي معلوم ڪرڻ لاءِ سيني ايراضين کي جوڙ ڪيو ويندو آهي.

مثال هڪ لغڙ نما شڪل جي ايراضي معلوم ڪريو جيڪڏهن ان جو هڪ پاسو 100 ميٽر هجي. ان جي هڪ اريب جي ڊيگهه 160 ميٽر آهي.

مثال 1: ABCD هڪ پاسو 100 ميٽر آهي. اريب جي ڊيگھه BD = 160 ميٽر آهي.



هاڻي ٽڪنڊيABD تي غور ڪريو.

$$s = \frac{100 + 100 + 160}{2}$$

$$s = \frac{360}{2}$$

$$s = 180\ m$$

هڪ ٽڪنڊي جي ايراضي $\text{ABD} = \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$ چورس يونٽ

هاڻي هيرو جي فارمولي ۾ $b = 100$، $a = 100$، $s = 180$ ۽ $c = 160$ جا ملهه وجهي حاصل ڪري سگھجي ٿو:

$$\text{A} = \sqrt{[180\ (180 - 100)(180 - 100)(180 - 160)]}$$

$$\text{A} = \sqrt{[180(80)(80)(20)]}$$

$$A = \sqrt{23040000}$$

$$\text{A} = 4800\ m^2$$

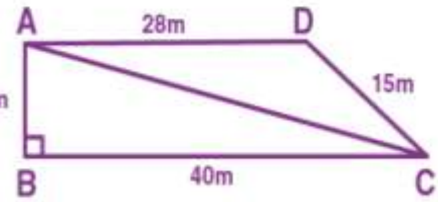
ٽڪنڊي BCD ۽ ٽڪنڊيABD جي ايراضي رامبس جي ايراضي جي برابر آهي:

$$4800 + 4800 = 9600\ m^2$$

مثال 2:

يونيورسٽي جي شاگردن پاران صفائي مهم لاءِ ريلي ڪڍي. اهي ٻن گروپن ۾ لائين ۾ ويا. هڪ گروپ BC ، CA ۽ AB جي گهٽين مان گذريو ۽ ٻيو گروپ CD ، DA ۽ AC مان گذريو جئين تصوير ۾ ڏيکاريل آهي ۽ انهن گهٽين ۾ بند ٽيل علائقي کي صاف ڪيو. شاگردن پاران صاف ڪيل ڪُل ايراضي ڳولهيو (لائين جو چوٽي کي نظرانداز ڪريو). جيڪڏهن: $\overline{AB} = 9m$، $\overline{BC} = 40m$، $\overline{CD} = 15m$، $\overline{DA} = 28m$ ۽ $\angle B = 90^0$ ۽ پڻ اهو به معلوم ڪريو ته ڪهڙي گروهه وڌيڪ علائقي کي صاف ڪيو ۽ ڪيتري علائقي کي ڪيو.

حل:



ان کي ڏسندي $\overline{AB} = 9m$، $\overline{BC} = 40m$ اور $\angle B = 90^0$

تنهنڪري $AC = \sqrt{(9)^2 + (40)^2} = \sqrt{81 + 1600}$

$\overline{AC} = \sqrt{1681} = 41m$

اهڙي طرح شاگردن جي پهرئين گروپ ٽڪندي ABC جي علائقي کي صاف ڪيو

تنهنڪري ٽڪندي جي ايراضي $= \left(\frac{1}{2}\right)(40)(9)m^2$

$= 180m^2$

تنهنڪري لائين ABC کي صاف ڪرڻ لاءِ شاگردن جو پهريون گروپ $180m^2$ آهي.

هاڻي شاگردن جو هڪ ٻيو گروپ ACD کي صاف ڪري ٿو، جنهن جي پاسن جي ڊيگهه

28m، 41m ۽ 15m آهي.

هاڻي ACD شاگردن جو هڪڙو ٻيو گروپ لائين آهي جنهن جي پاسن جي ڊيگهه

ته $s = \frac{41+28+15}{2}$

$s = 42m$

هيرو جو فارمولا استعمال ڪندي، اسان حاصل ڪندا آهيون

$$A = \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$$

$$A = \sqrt{[42(42-41)(42-28)(42-15)]}\ m^2$$

$$A = \sqrt{[42(1)(14)(27)]}\ m^2$$

$$A = \sqrt{15876}\ m^2$$

$$A = 126\ m^2$$

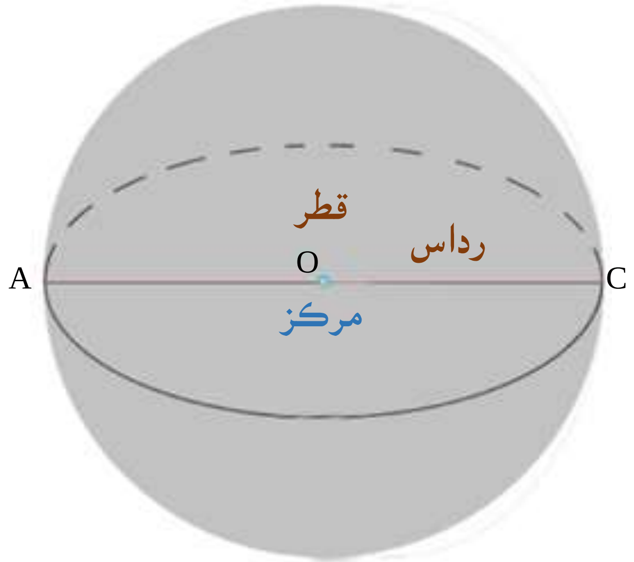
تنهنڪري شاگردن جي هڪ گروپ لين $ACD\ 126m^2$ ڪي صاف ڪيو.

ڪُل علائقو سيني شاگردن پاران صاف ڪيو ويو $306m^2 = 180m^2 + 126m^2$

تنهنڪري، شاگردن جي پهرين گروپ شاگردن جي ٻئي گروپ پاران صاف ڪيل علائقي کان وڌيڪ علائقن کي صاف ڪيو.

هڪ گولي جي متاچري جي ايراضي

گولو هڪ گول جو 3 رُخي شڪل جو مثال آهي جهڙوڪ: باسڪٽ بال وغيره گول جي وصف آهي تہ ان جو ’هر نقطو مرڪزي نقطي کان هڪجهڙائي واري مفاصلي تي هوندو آهي‘



دائري جو رداس مرڪز کان متاچري تائين فاصلو آهي. اهو فاصلو هر گولي لاءِ ساڳيو هوندو آهي چا هي ان جي سطح کان ڪٿي بہ ماپيو وڃي.
هڪ گولي جو قطر هڪ سڌي لائين آهي جيڪو گولي جي متاچري تي ٻن نقطن کي مرڪز سان جوڙي ٿو.
پائي هڪ خاص نمبر آهي جيڪو گول ۽ گولي لاءِ استعمال ڪيو ويندو آهي اهو هميشہ جاري رهندو آهي هتي اسان هڪ مختصر تصور استعمال ڪنداسين. جنهن ۾ $\pi = 3.14$ هڪ نمبر آهي pi کي ظاهر ڪرڻ لاءِ علامت "π" ڀڻ استعمال ٿيندي آهي.
ڪنهن گولي جي متاچري واري ايراضي کي معلوم ڪرڻ لاءِ اسان هڪ خاص فارمولا استعمال ڪندا آهيون.

متاچري واري ايراضي $= 4 \times \pi \times r^2$

مثال 1: هڪڙي گولي جي متاچري واري ايراضي معلوم ڪيو جنهن جو رداس 5 سينٽي ميٽر آهي.

متاچري واري ايراضي $= 4 \times \pi \times r^2$

$= 4 \times 3.14 \times 5^2$

$= 4 \times 3.14 \times 25$

$= 100 \times 3.14 = 314\text{cm}^2$

مثال 2: هڪ گولي جي متاچري واري ايراضي چا آهي جنهن جو رداس 3 سينٽي ميٽر آهي ؟

متاچري واري ايراضي $= 4 \times \pi \times r^2$

$= 4 \times 3.14 \times 3^2$

$= 4 \times 3.14 \times 9$

$= 36 \text{ x } 3.14 = 113.04 \text{ cm}^2$

هڪ گولي جو مقدار

گولي جي مقدار کي معلوم ڪرڻ لاءِ هڪ ٻيو فارمولا آهي. گولي جو مقدار اهو آهي تہ هڪ گولي اندر ڪيتري جاءِ موجود هوندي آهي. مقدار جي سوال جو جواب هميشہ ڪعب يونٽ ۾ هوندو آهي.

مقدار $= \frac{4}{3}\pi r^3$

مثال 1:

3 سينٽي ميٽر جي رداس واري هڪ گولي جو مقدار ڇا آهي ؟

$$\text{مقدار} = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$\text{مقدار} = \frac{4}{3} \times 3.14(3)^3$$
$$\text{مقدار} = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27$$
$$\text{مقدار} = 113.04\ cm^3$$

مثال 2:

رداس 2.1 سينٽي ميٽر جي گولي جو مقدار ۽ سطح جي ايراضي معلوم ڪيو $(\boldsymbol{\pi} = \frac{22}{7})$

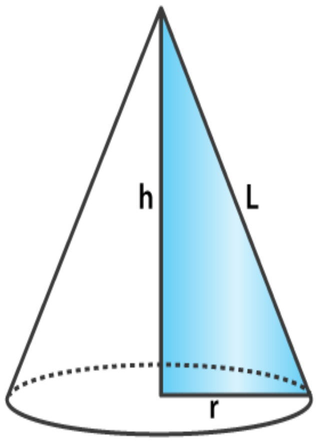
حل:

$$\text{گولي جو رداس} = 2.1cm$$
$$\text{گولي جو مقدار} = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$\text{گولي جو مقدار} = \frac{3}{4} \times 3.14 \times (2.1)^3 = 21.80\ cm^3$$
$$= \text{مٿاڇري واري علائقي جي ايراضي} = 4\pi r^2$$
$$\text{مٿاڇري واري علائقي جي ايراضي} = 4 \times 3.14\ \times 2.1 \times 2.1 = 55.44\ cm^2$$

مخروط جي مٿاڇري واري ايراضي

مخروط هڪ 3D شڪل وارو ڍانچو آهي جنهن ۾ هڪ گول بنياد ۽ هڪ چوٽي آهي. سرڪلر بيس تي هر نقطو چوٽيءَ سان ڳنڍيل هوندو آهي.

مخروط جي مٿاڇري واري ايراضي ان جي ٻن سطحن سان ڊڪيل ڪُل ايراضي آهي. يعني گول بيس واري ايراضي مڙيل مٿاڇري واري ايراضي، مخروط جي ڪُل مٿاڇري واري ايراضي ۾ ان جي بنياد جو علائقو به شامل آهي.



گول بنياد واري ايراضي = $A = \pi r^2$

مٿاڇري واري علائقي جي ايراضي = $\pi r l$

اهڙي طرح ڪُل مٿاڇري جي ايراضي = $\pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)$

مخروط جي پاسيري اوچائي چوٽيءَ کان مخروط جي بنياد جي ڪنڊ تائين فاصلو آهي. عمودي اوچائي مخروطي بنياد جي مرڪز کان چوٽي واري فاصلي تائين آهي. مخروط جي اوچائي معلوم ڪرڻ لاءِ فارمولا ڏنل آهي.

مخروط جي اوچائي $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

جتي 'h' عمودي اوچائي آهي ۽ 'r' مخروط بنياد جو رداس آهي.

مثال 1: مڙيل مٿاڇري واري ايراضي ۽ مخروط جي ڪُل مٿاڇري واري ايراضيءَ معلوم ڪيو جنهن جو بنياد وارو رداس 7 سينٽي ميٽر ۽ پاسيري اوچائي 15 سينٽي ميٽر آهي.

حل:

$r = 7$سينٽي ميٽر

$l = 15$ سينٽي ميٽر

مخروط جي مٿاڇري واري ايراضي = $\pi r l$

مخروط جي مٿاڇري واري ايراضي = $3.14 \times 7 \times 15 = 329.7 cm^2$

كُل سطح جي ايراضي $= \pi r(r + l)$

$= 3.14 \times 7\ (7 + 15)$

$= 3.14 \times 7 \times 22$

$= 21.98 \times 22$

$= 483.56 cm^2$

مثال 2 : مخروط جي پاسيري اوچائي 20 سينٽي ميٽر آهي ۽ بنياد جو قطر 15 سينٽي ميٽر آهي. مخروط جي متاچري واري ايراضي معلوم ڪريو.

حل:

ويڪرائي اوچائي $= l = 20$ سينٽي ميٽر

قطر $= d = 15$ سينٽي ميٽر

رداس $= r = \frac{d}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$سينٽي ميٽر

مخروط جي متاچري واري ايراضي $= \pi r l$

مخروط جي متاچري واري ايراضي $= 3.14 \times 7.5 \times 20 = 471 cm^2$

مخروط جو مقدار

مخروط جو مقدار ان جي مخروطي جاءِ جو مقدار آهي. هن ڪي رياضياتي طور تي لکي سگهجي ٿو:

مخروط جو مقدار $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

r بنياد جو ريڊيس آهي، h عمودي اوچائي

مثال 1: مخروط جو مقدار معلوم ڪريو. جيڪڏهن رداس 4 سينٽي ميٽر آهي ۽ اوچائي 9 سينٽي ميٽر آهي.

حل:

رداس $r = 4$ سينٽي ميٽر

اوچائي $h = 9$ سينٽي ميٽر

مقدار جو فارمولا استعمال ڪندي.

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\ 3.14(4)^2 \times 9$$

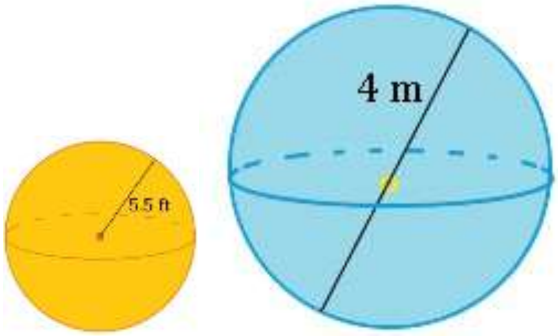
$$v\ = 150.71\ cm^3$$

مثال 2 : ڌرتي جو هڪ گلوب هڪ گولي جي شڪل ۾ آهي جنهن جو رداس 14 سينٽي ميٽر آهي ته ان جو مقدار ۽ سطح جي ايراضي معلوم ڪيو.

مٿاڇري واري علائقي جي ايراضي S = مٿاڇري واري ايراضي $S = 4\pi r^2$ $S = 4(3.14)(14)^2$ $S = 2461.76\ cm^2$	گولي جو مقدار آهي V =مقدار $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $V = \frac{4}{3}(3.14)\ (14)^3$ $V = 11{,}488.21\ cm^3$

مشق 1

1. هڪ ٽراپيزيم شڪل جي بني آهي جنهن ۾ 18 ڳئون چرڻ لاءِ وجن ٿيون ان ڳالهه جو تعين ڪيو ته هر ڳئون ڪي ڪيتري بني ملندي جيڪڏهن بني جو هڪ پاسو 30 m هجي ۽ ان جي وڏي پاسي جي ڊيگهه 48 m آهي.
2. ٽڪنڊي جي ايراضي ڇا آهي؟ جنهن جي پاسي جي ڊيگهه 5 سينٽي ميٽر آهي؟
3. 7، 8 ۽ 9 سينٽي ميٽر ڊيگهه واري ٽڪنڊي جي ايراضي معلوم ڪريو.
4. ڏنل گولن جي مٿاڇري واري ايراضي ۽ مقدار معلوم ڪريو.



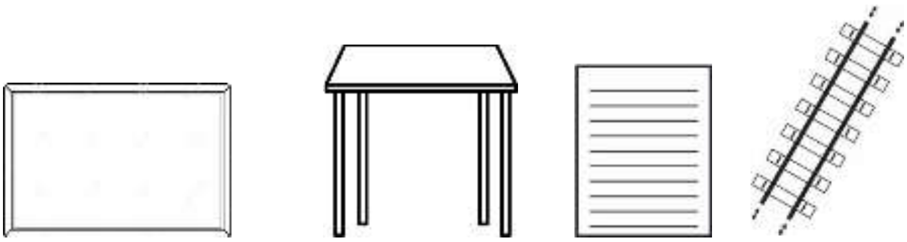
5. هڪ مخروط جي بنياد وارو رداس 6m آهي. ان جي پاسيري اوچائي 6.5 ميٽر آهي ان جو مقدار ۽ سطح جي ايراضي معلوم ڪريو.
6. هڪ مخروط جو مقدار معلوم ڪريو جنهن جي رداس 3 سينٽي ميٽر ۽ اوچائي 7 سينٽي ميٽر آهي. ($\pi = 3.14$ استعمال ڪيو)
7. هڪ مخروط جو مقدار ڇا آهي جنهن جو قطر 8 سينٽي ميٽر ۽ اوچائي 12 سينٽي ميٽر آهي؟ ($\pi = 3.14$ استعمال ڪيو)
8. هڪ مخروط جو مقدار ۽ سطحي ايراضي معلوم ڪريو جنهن جي اوچائي 6 ۽ رداس 2 سينٽي ميٽر آهي.
9. مجيد هڪ مخروط شڪل جي ڪاغذ ۾ فرينچ فرائز پيش ڪري ٿو. مخروطي لفافي جو مقدار ڇا ٿيندو؟ جڏهن ته سندس ڊيگهه 8 سينٽي ميٽر قطر 5 سينٽي ميٽر آهي.
10. هڪ ورزشي بال جو رداس 15 سينٽي ميٽر آهي. ان جو مقدار ۽ مٿاڇري واري ايراضي معلوم ڪريو؟

باب اٺون پورروچوٽ ليڪون

حصو پهريون: پورروچوٽ ليڪون

(الف) پورروچوٽ ليڪون

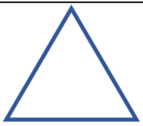
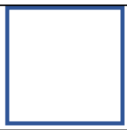
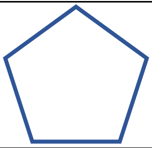
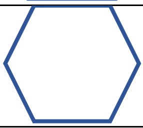
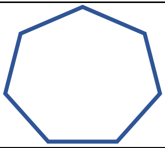
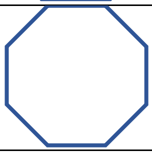
شام جي وقت ڪريم ۽ سندس وڏو ڀاءُ گهر جي ڪم ۾ مصروف هئا. ڪريم چوڏاري ڏسي رهيو هو ۽ ڪجهه پريشان به هو. ان تي سندس ڀاءُ ڪريم کان پڇيو ته ڇا ٿيو آهي؟ ان تي ڪريم چيو ته استاد اڄ پورروچوٽ ليڪن بابت سيکاريو هو ۽ هوم ورڪ جي طور تي پورروچوٽ ليڪن جا ڪجهه مثال معلوم ڪرڻ لاءِ چيو هو. ڪريم جي ڀاءُ چيو ته مان توهان کي ڪجهه مثال ٻڌايان ٿو. جيئن:



د	ج	ب	الف
بورڊ جا ڪنارا	ٽيبل جون ٽنگون	پني جا آمهون سامهون وارا پاسا	ريل جو پٽڙيون

(ب) گهڻ ڪندا (پولي گان)

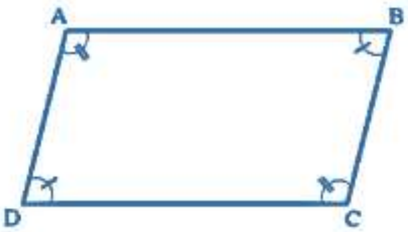
اسلم استاد کان پڇيو ته ٽن پاسن واري (بند شڪل) کي ٽڪندو چئبو آهي. پوءِ چار، پنج، ڇهه ۽ ست پاسن سان شڪليون به آهن ۽ انهن کي ڇا چئبو آهي؟ استاد چيو، شاباش اسلم! توهان هڪ تمام سٺو سوال پڇيو آهي. اڄ توهان کي گهڻ ڪندو يا (پولي گان) بابت پڙهائيندس. استاد بليڪ بورڊ تي ڪجهه شڪليون ٺاهي پهرين شڪل ڏانهن اشارو ڪندي پڇيو ته ٻڌايو ته اها ڪهڙي شڪل آهي ۽ ان جا ڪيترا پاسا آهن. انهن سڀني هڪ آواز سان چيو ته اهو هڪ ٽڪندو آهي ۽ ان کي ٽي پاسا آهن.

اهو هڪ ٽڪندو آهي ۽ ان کي ٽي پاسا آهن.	
شڪل نمبر 2 کي چار پاسا آهن ۽ هڪ اهڙ چورس سڏيو ويندو آهي.	
شڪل نمبر3 کي پنج پاسا آهن ۽ ان کي پنج ڪندو سڏيو ويندو آهي.	
شڪل نمبر4 کي ڇهه پاسا آهن ۽ ان کي ڇهه ڪندو سڏيو ويندو آهي.	
شڪل نمبر 5 کي ست پاسا آهن ۽ ان کي ست ڪندو چئبو آهي.	
شڪل نمبر6 کي اٺ پاسا آهن ۽ ان کي اٺ ڪندو سڏيو ويندو آهي.	

استاد وڌيڪ وضاحت ڪئي ته انهن سيني شڪلين کي ’گهڻ ڪندا‘ يا پولي گانز چئجي ٿو ۽ اسان انهن کي هيئن بيان ڪري سگهون ٿا. ٽن يا ٽن کان وڌيڪ بند شڪل کي پولي گون چئبو آهي.

(ج) پوروچوٽ چوڪندو:

پوروچوٽ پاسو چوڪندو هڪ چورس آهي جنهن جا مختلف پاسا آمهون سامهون وارا پاسا ۽ ڪندون پاڻ ۾ برابر آهن.



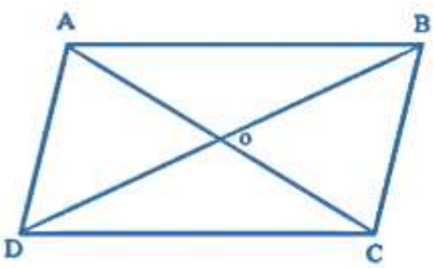
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ۽ $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

$\angle B \cong \angle D$ ۽ $\angle A \cong \angle C$

وتر هڪ ٻئي کي ڪپين ٿا.

$\overline{BO} \cong \overline{OD}$ ۽ $\overline{AO} \cong \overline{OC}$

۽ هر پاسي جي چوٽين تي نهيل ڪندون سپليمينٽري هونديون آهن.

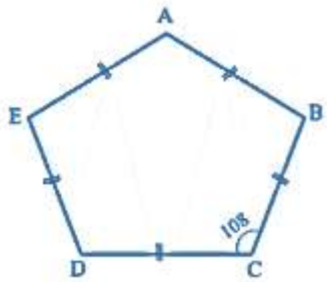


$$m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$
$$m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$
$$m\angle C + m\angle D = 180^\circ$$
$$m\angle D + m\angle A = 180^\circ$$

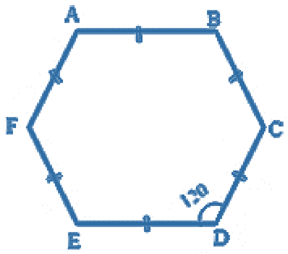
(د) گھڻ ڪندا ۽ ان جا قسم

'پور پاسو پنج ڪندو، ڇھ ڪندو، اٺ ڪندو' :

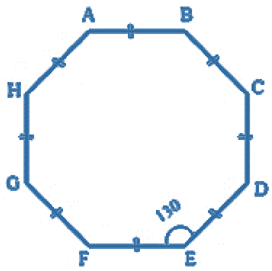
استاد چيو تہ اسان اڳي بہ پڙھيو آھي پر اڄ اسان پنج، ڇھ ۽ اٺ ڪندي بابت پڙھنداسين جن جا سمورا پاسا ۽ ڪندون ھڪ ٻئي سان برابر آھن.



پور پاسو پنج ڪندو: پنجن پاسن واري ھڪ بند شڪل آھي سيني پاسن ۽ ڪندن سان گڏ ۽ ھر اندروني ڪند جي ماپ 108^0 آھي. سيني ڪندن جو مجموعو 540^0 ٿئي ٿو، اھڙي شڪل کي پنج ڪندوسڏيو ويندو آھي.



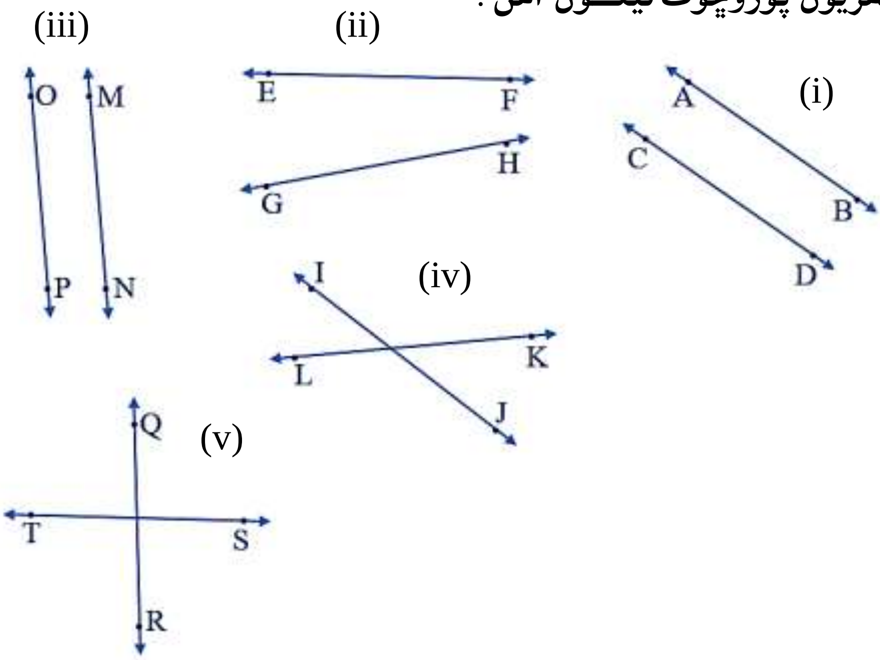
پور پاسو ڇھ ڪندو: ڇھن پاسن وارو بند شڪل آھي. جنھن جا سڀ پاسا ۽ ڪندون برابر آھن ۽ ھر اندروني ڪُند جي ماپ 120^0 آھي. سيني ڪندن جو جوڙ 720^0 ٿئي تو ان کي ڇھ ڪندو سڏيو ويندو آھي.



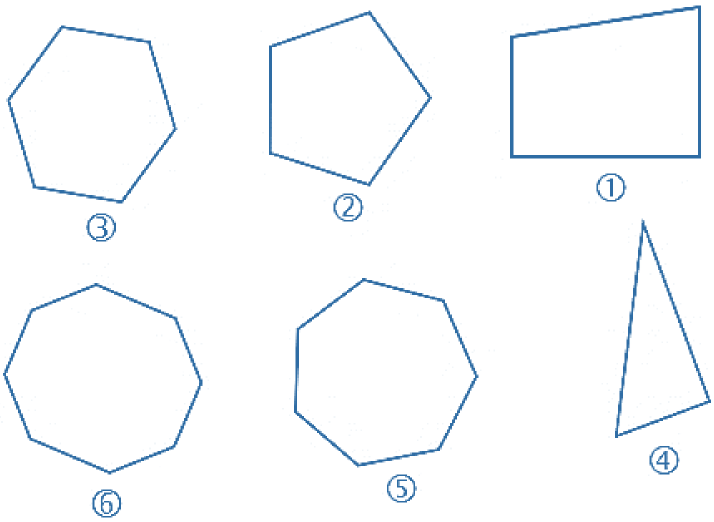
پور پاسو اٺ ڪندو: اٺن پاسن ۽ ڪُندن واري شڪل آھي ھر اندروني ڪندن جي ماپ 135^0 آھي. سيني ڪندن جو مجموعو 1080^0 ٿئي تو ان کي اٺ ڪند سڏبو آھي.

مشق نمبر 1

سوال 1: هيٺين مان ڪهڙيون پوروچوٽ ليڪون آهن ؟



سوال 2: هيٺ ڏنل گُهڻ ڪُندن جا نالا ٻڌايو؟



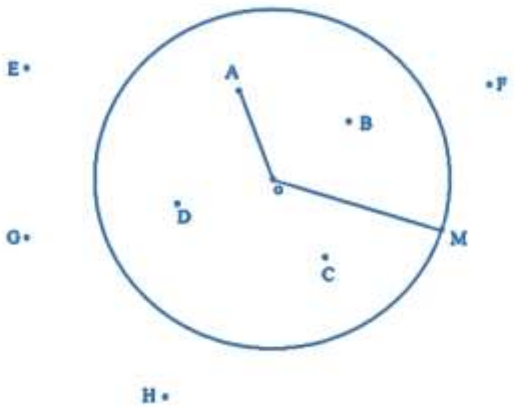
سوال 3: پور پاسو پنج ڪندي جي وصف بيان ڪريو ۽ ان جي اندروني ڪندن جو جوڙ ٻڌايو.

سوال 4: پور پاسو ڇهه ڪندي جي وصف بيان ڪريو ۽ ان جي اندروني ڪندن جو جوڙ ٻڌايو.

سوال 5: پور پاسو اٺ ڪندي جي وصف بيان ڪريو ۽ ان جي اندروني ڪندن جو جوڙ ٻڌايو.

حصو ٻيو: گول، اندريان ۽ ٻاهريان نقطا

هڪ استاد بليڪ بورڊ تي هڪ وڏو گول ناهيو ۽ ڪجهه نقطا لڳايا ۽ شاگردن کان سوال ڪيو تہ ڪهڙا نقطا گول جي اندر آهن ۽ ڪهڙا نقطا گول کان ٻاهر آهن؟ شاگردن هڪ آواز ۾ A، B، C ۽ D گول جي اندر آهن ۽ E، F، G ۽ H ان کان ٻاهر آهن. استاد چيو ’شاباش پر ان کي رياضي جي ٻوليءَ ۾ ڪجهه هيئن چئبو آهي.



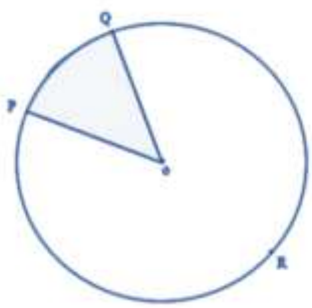
اهي سيئي نقطا جن جو مرڪز کان مفاصلو رداس کان گهٽ هجي، گول جا اندروني نقطا چورائيندا آهن، جهڙوڪ گول جو رداس $\overline{OM}$ آهي.

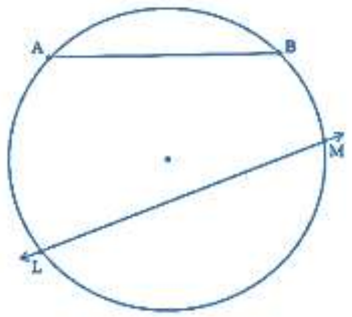
جيئن: $\overline{OA} < \overline{OM}$، $\overline{OB} < \overline{OM}$، $\overline{OC} < \overline{OM}$ ۽ $\overline{OD} < \overline{OM}$ تنهنڪري A،B،C۽D اهڙا نقطا آهن جيڪي گول جي اندر آهن. اهي سيئي نقطا جن جي مرڪز کان فاصلو رداس کان وڌيڪ آهي، اهي گول جا ٻاهريان نقطا سڏرائيندا آهن.

جيئن: $\overline{OE} > \overline{OM}$، $\overline{OF} > \overline{OM}$، $\overline{OG} > \overline{OM}$ ۽ $\overline{OH} > \overline{OM}$ تنهنڪري E،F،G۽H اهڙا نقطا آهن. جيڪي گول کان ٻاهر آهن.

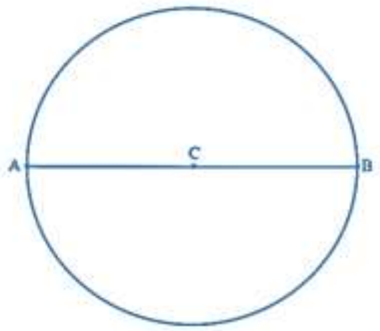
گول سان لاڳاپيل ڪجهه اصطلاحن جي وضاحت، جهڙوڪ سيڪٽر، ڪپيندڙ ۽ ڇهندڙ.

گول جو سيڪٽر: هڪ گول جو اهو حصو جيڪو هڪ قوس ۽ ٻن رداسي ٽڪرن سان جڙيل هجي هڪ سيڪٽر سڏيو ويندو آهي. مٿي ڏنل شڪل ۾ شيڊڊ ٿيل حصو ورهايل دائرو آهي. اهو ٻن رداسن $\overline{OP}$،$\overline{OQ}$۽ هڪ قوس $\widehat{PQ}$ سان گهريل آهي ۽ ان کان علاوه غير شيڊڊ حصو پڻ هڪ سيڪٽر آهي جيڪو $\overline{OP}$،$\overline{OQ}$شعاع ۽ $\widehat{PRQ}$ قوس ڪبيره سان گهريل آهي.

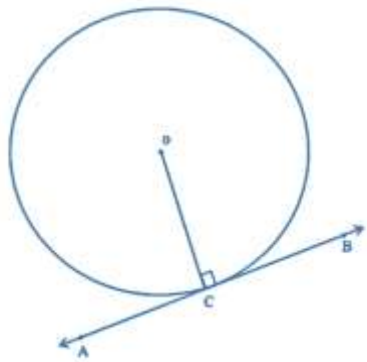




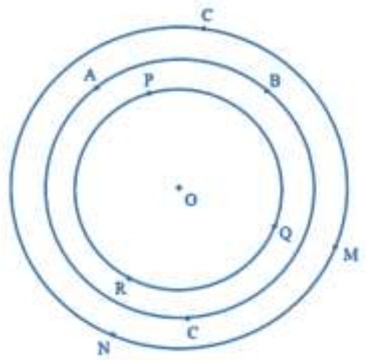
ڪپيندڙ: هڪ ليڪ ٽڪر جيڪو گول جي ڪنهن ٻه ٻن نقطن مان گذري ٿي ان کي ڪپيندڙ چئبو آهي. شڪل ۾ $\overline{LM}$ ڪپيندڙ ليڪ ٽڪر آهي جيڪا L ۽ M نقطن مان گذري رهيو آهي.



قطر (Digonal): گول جي ٻن نقطن کي ملائڻ واري ليڪ ٽڪر جيڪا گول جي مرڪز مان گذري ته ان کي گول جو وتر چئبو آهي. شڪل ۾ وتر $\overline{AB}$ هڪ دائري جا ٻه نقطا آهن جيڪي A ۽ B کي ملائن ٿا ۽ c مان گذرن ٿا.

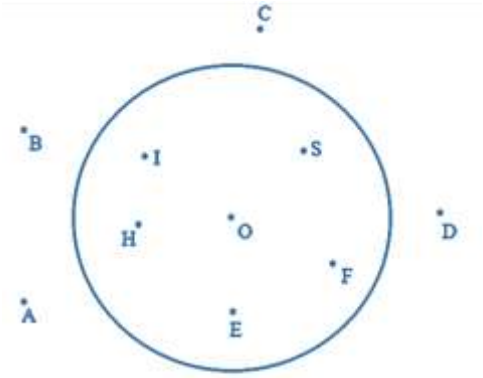


ڇهندڙ (Tangent) : جيڪڏهن هڪ لڪير هڪ دائري کي هڪ ۽ صرف هڪ نقطي تي ڇهي ته ان کي ڇهندڙ سڏيو ويندو آهي. شڪل ۾ گول کي ڇهندڙ $\overleftrightarrow{AB}$ آهي. جيڪا گول کي نقطي C تي ڇهي ٿي. هڪ رداسي ڇهندڙ هميشه $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{OC}$ عمود تي هوندو آهي.



هم مرڪز گول: ٻه يا ٻن کان وڌيڪ گول جن جو مرڪز هڪ هجي پر رداس مختلف هجي ته ان کي هم مرڪز گول چئبو آهي. ڏنل شڪل ۾ ABC،PQR ۽LMN هم مرڪز گول آهن.

مشق نمبر 2



سوال 1: ڏنل شڪل ۾ ڪهڙا نقطا گول جي اندر آهن ڪهڙا نقطا گول کان ٻاهر آهن؟ وضاحت ڪريو.

سوال 2: هيٺ ڏنل اصطلاحن جي وضاحت ڪريو.

(i) گول جو سيڪٽر (ii) ڪپيندڙ

(iii) قطر (iv) ڇهندڙ

(v) هم مرڪز گول

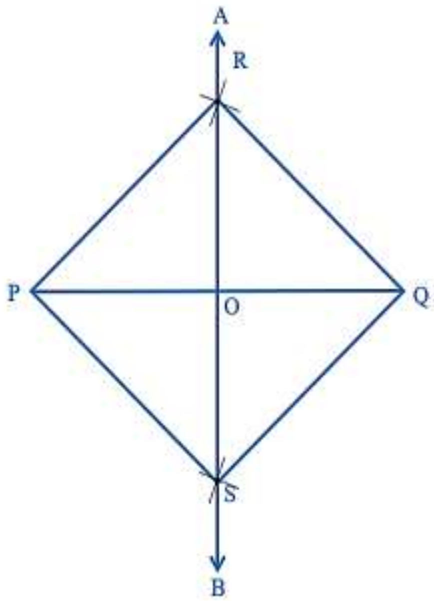
باب نائون

عملي جاميٽري

حصو پهريون: چورس ٺاهڻ

چورس هڪ بند شڪل آهي جنهن کي چار پاسا ۽ چار ڪندون آهن ۽ چئن اندروني ڪندن جو جوڙ 360^0 ٿئي ٿو. اچ اسان سکنداسين تہ هڪ چورس ڪيئن ٺاهبو آهي.

(i) چورس ٺاهڻ جڏهن تہ ان جو وتر معلوم هجي



مثال 1: هڪ چورس PQRS ٺاهڻ جڏهن ان جو وتر جي ڊيگهہ 8 سينٽي ميٽر هجي.

حل: قدم

(i) هڪ ليڪ $\overline{PQ}$ ٺاهيو جنهن جي ڊيگهہ 8 سينٽي ميٽر هجي جيڪا ان جو وتر پڻ هجي.

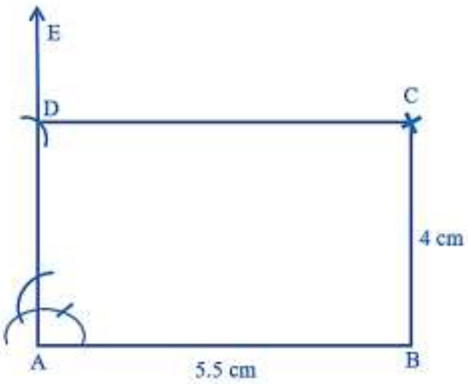
(ii) $\overline{PQ}$ عمودي ڪپيندڙ ڪڍو جيڪو $\overline{AB}$ کي O نقطي تي ڪٽي $\overline{PQ}$

(iii) نقطي O کي مرڪز مڃي $m\overline{PO}$ جي پيمائش جي مطابق $\overline{PQ}$ جي ٻنهي پاسن جي ويجهو $\overline{AB}$ ٻنهي پاسي قوس لڳايو جيڪي $\overline{AB}$ کي نقطي R ۽ S تي ڪپيندا.

(iv) پوءِ P کي R ۽ S سان، Q کي R ۽ S سان ملايو. جنهن سان اسان کي $\overline{PQ}$، $\overline{RQ}$، QS ۽ $\overline{PS}$ حاصل ٿيندا، جيڪي حاصل PQRS چوڪندو آهن.

حصو پيو: مستطيل ٺاهڻ

(i) مستطيل ٺاهڻ جڏهن ان جا ٻہ پاسا معلوم هجن.



مثال 1: هڪ مستطيل ABCD ٺاهيو جنهن ۾ $\overline{AB} = 5.5cm$ ۽ $\overline{BC} = 4cm$ هجي.

حل: **قدم**

(i) هڪ 5.5 سينٽي ميٽرليڪ ٽڪر $\overline{AB}$ ڪيو.

(ii) نقطي A تي $\overline{AE} \perp \overline{AB}$ ڪيو.

(iii) نقطيA کي مرڪز مجي 4 سينٽي ميٽر چورس جو $\overline{AE}$ نقطي تي قوس لڳايو جيڪو نقطي D تي $\overline{AE}$ کي ڪپيندو.

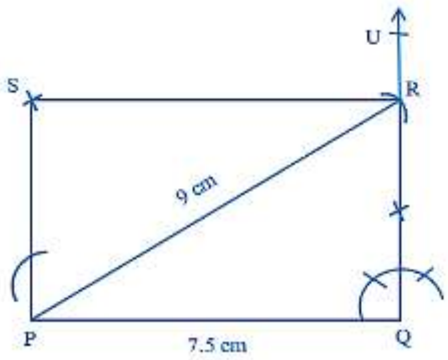
(iv) نقطي D کي مرڪز مجي رداس $\overline{AB}$ تي هڪ قوس لڳايو.

(v) نقطو B کي مرڪز مجي $\overline{AD}$ جي برابر هڪ قوس لڳايو جيڪو نقطي C تي ڪپيندو.

(vi) پوءِ D کي C سان ۽ B کي C سان ملايو ۽ ABCD مستطيل حاصل ڪيو.

(ii) مستطيل ٺاهڻ جڏهن ان جو عمود ۽ هڪ پاسو معلوم هجي.

مثال 2: هڪ مستطيل PQRS ڪيو جنهن جو وتر $\overline{PR}$=9cm هڪ پاسي ديگھ $\overline{PQ} = 7.5$cm آهي.



حل: **قدم**

(i) 7.5 سينٽي ميٽر لائن $\overline{PQ}$ ٺاهيو.

(ii) نقطي Q تي $\overline{UQ} \perp \overline{PQ}$ ڪيو

(iii) نقطي P کي مرڪز مجي 9 سينٽي ميٽر رداس جو هڪ قوس $\overline{UQ}$ تي لڳايوجيڪو R نقطي تي $\overline{UQ}$ کي ڪپي.

(iv) نقطيR کي P سان ملايو اهڙي طرح اسان کي $\overline{PR}$ حاصل ٿيندو. .

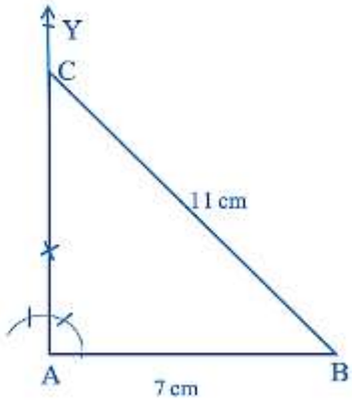
(v) نقطيP کي مرڪز مجي ڪري رداس $\overline{QR}$ جي برابر هڪ قوس لڳايو.

(vi) نقطيR کي مرڪز مجي ڪري رداس $\overline{PQ}$ جي برابر هڪ قوس لڳايو جيڪو پهرين قوس کي نقطي S تي ڪپي.

(vii) نقطي P کي S ۽ نقطي R کي S سان ملايو. جتي گهربل مستطيل ملندو PQRS گهربل مستطيل آهي.

حصو ٽيون: گوني ڪند ٽڪندو ٺاهڻ

(i) هڪ گوني ٽڪندو ٺاهيو جڏهن وتر ۽ هڪ پاسو معلوم هجي



مثال 1: گوني ڪند ٽڪندو ABC ٺاهيو جنهن ۾ وتر

$\overline{BC} = 11\text{cm}$ ۽ هڪ پاسو $\overline{AB} = 7\text{cm}$ آهي

حل: قدم

(i) هڪ 7 سينٽي ميٽر $\overline{AB}$ ليڪ ٽڪرٺاهيو.

(ii) نقطيA تي $\overline{AY} \perp \overline{AB}$ ڪيو.

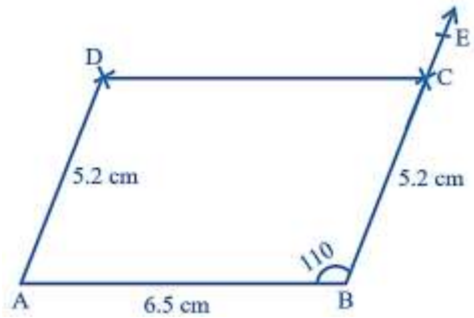
(iii) نقطيB کي مرڪز مجي 11 سينٽي ميٽر رداس واري هڪ قوس $\overline{AY}$ تي لڳايو جيڪو $\overline{AY}$ کي نقطي C تي ڪپي ٿو.

(iv) نقطي B ۽ C کي ملايو جنهن سان $\overline{BC}$ حاصل ٿيندو جيڪو حاصل ٽڪندوABC آهي.

حصو چوٿون: پور وچوٽ پاسو چوڪندو

(i) پورووچوٽ پاسو چوڪندو ٺاهڻ جڏهن سندس ٻه پاسا ۽ هڪ ڪُنڊ مليل هجي.

مثال 1: پور وچوٽ پاسو چوڪندو ABCD ٺاهيو جنهن ۾ $\overline{AB} = 6.5\text{cm}$ ، $\overline{BC} = 5.2cm$ ۽ m $m\angle ABC = 110°$ آهي.



حل: قدم

(i) هڪ 6.5 سينٽي ميٽر $\overline{AB}$ لائين ٺاهيو.

(ii) هڪ پروٽيڪٽر جي مدد سان نقطيB تي 110° جي ڪند $m\angle ABC$ ٺاهيو.

(iii) نقطي B کي مرڪز مجي5.2 سينٽي ميٽر جو رداس $\overline{BE}$ تي لڳايو جيڪو نقطي C تي ڪپي ٿو.

(iv) نقطي A کي مرڪز مجي 5.2 سينٽي ميٽر جو قوس لڳايو.

(v) نقطي C کي مرڪز مجي 6.5 سينٽي ميٽر جو قوس لڳايو جيڪو پهرئين قوس کي نقطي D تي ڪپي ٿو.

(vi) نقطي A کي D سان ۽ نقطي C کي D سان ملايو ۽ پوروچوٽ پاسو چؤڪندو ABCD حاصل آهي.

مشق نمبر 1

سوال 1: هڪ چورس ABCD ناهيو جنهن جي وتر جي ڊيگهه 7.5 سينٽي ميٽر آهي.

سوال 2: هڪ چورس PQRS ناهيو جنهن جي وتر ۽ پاسي جي ڊيگهه جو فرق 3.5 سينٽي ميٽر آهي.

سوال 3: هڪ چورس XYZ ناهيو جنهن جي هڪ وتر ۽ هڪ پاسي جو جوڙ 10.5 سينٽي ميٽر آهي.

سوال 4: هڪ مستطيل LMNP ناهيو جنهن ۾ $\overline{LM} = 8.5\text{cm}$ ۽ $\overline{MN} = 5\text{cm}$ آهي.

سوال 5: مستطيل RSTU ناهيو جنهن ۾ وتر $\overline{RT} = 10\text{cm}$ ۽ $\overline{RS} = 8\text{cm}$ هجي.

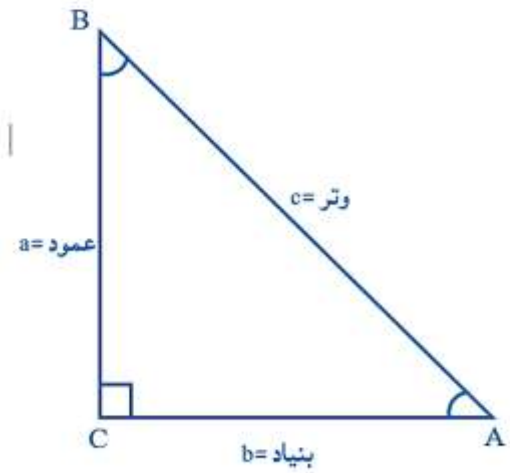
سوال 6: هڪ گوني ڪُنڊ ٽڪندو PQR ناهيو جنهن ۾ وتر $\overline{QR} = 10\text{cm}$ ۽ هڪ پاسو $\overline{PQ} = 6\text{cm}$ آهي.

سوال 7: پوروچوٽ پاسو چوڪندو KLMN ناهيو جنهن ۾ $\overline{KL} = 7\text{cm}$ ، $\overline{LM} = 4.5\text{cm}$ ۽ $\angle KLM = 135°$ آهي.

باب ڏھون: # ٽرگناميٽري جو تعارف

حصو پھريون: گوني ڪنڊ ٽڪنڊو ۽ سوڙھين ڪنڊن جو نسبتون

جيئن اسان اڳ ۾ ئي پڙھيو آھي تہ ھڪ ٽڪنڊي ۾ ٽي پاسا ۽ ٽي ڪنڊون آھن. ھن باب ۾ اسين ٽڪنڊي جي اڻڄاتل جزن جي مقدار کي معلوم ڪرڻ سکنداسين ان لاءِ اسان کي ٽرگناميٽري جي علم جي ضرورت پوندي آھي. ٽرگناميٽري رياضي جي ھڪ اھم شاخ آھي، لفظ ٽرگناميٽري يوناني ٻوليءَ جو لفظ آھي، جنھن جي معنىٰ "ٽڪنڊي جي ماپ" آھي.



ڏنل شڪل ABC ۾ ھڪ گوني ڪنڊ ٽڪنڊو آھي. جنھن ۾ ڪنڊ C گوني ڪنڊ آھي.

ان سان گڏ ڪنڊون $\angle A$، $\angle B$ ۽ $\angle C$ انھن جا سامھون وارا پاسا جيڪي a، b ۽ c سان ظاھر ٿيل آھن يعني $c = m\overline{AB}$ $\quad b = m\overline{AC}$ ۽ $a = m\overline{BC}$ ڏيکاريا ويا آھن ۽ ڪنھن بہ ٻن پاسن جي گوني ڪنڊ ٽڪنڊي جي نسبتن کي ٽرگناميٽري نسبت چئبو آھي. سوڙھين ڪُنڊن جون ڇھ ممڪن نسبتون ھيٺ ڏنل آھن گوني ڪنڊ ABC ٽڪنڊي جي ڪنڊ A تي غور ڪريو.

$$\text{(i)} \quad \operatorname{Sin}(m\angle A) = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{(ii)} \quad \operatorname{Cos}(m\angle A) = \frac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{AB}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{(iii)} \quad \tan(m\angle A) = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{(iv)} \quad \operatorname{Cot}(m\angle A) = \frac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{(v)} \quad \operatorname{Sec}(m\angle A) = \frac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{AC}} = \frac{c}{b}$$

اھم معلومات
Sin = Sine
Cos = Cosine
Tan = Tangent
Cosec = Cosecant
Sec = Secant
Cot = Cotangent

(vi) $\text{Cosec}(m\angle A) = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{BC}} = \frac{c}{a}$

گوني ڪُند ٽڪنڊوABCجي ڪند Bتي غور ڪريو.

(i) $\text{Sin}(m\angle B) = \frac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{AB}} = \frac{b}{c}$

(ii) $\text{Cos}(m\angle B) = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \frac{a}{c}$

(iii) $\tan(m\angle B) = \frac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}} = \frac{b}{c}$

(iv) $\text{Cot}(m\angle B) = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{a}{b}$

(v) $\text{Sec}(m\angle B) = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{BC}} = \frac{c}{a}$

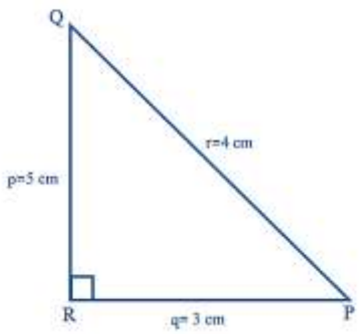
(vi) $\text{Cosec}(m\angle B) = \frac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{AB}}{m\overline{AC}} = \frac{c}{b}$

اهم معلومات

عمود = زير غور ڪند جو سامهون وارو پاسو

بنياد = زير غور ڪند جي بنياد وارو پاسو

وتر = زير غور ڪند جي اڳيان وارو پاسو



مثال: گوني ڪند ٽڪنڊي PQR۾ ∠P ۽∠Qجو نسبتون معلوم ڪريو. جڏهن ته ڪند ∠R گوني آهي.

ڪند P جي لحاظ کان:

(ii) $\text{Sin}\ (m\angle P) = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{QR}}{m\overline{PQ}} = \frac{p}{r} = \frac{4}{5}$

(iii) $\text{Cos}\ (m\angle P) = \frac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{RP}}{m\overline{PQ}} = \frac{q}{r} = \frac{3}{5}$

(iv) $\tan\ (m\angle P) = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{QR}}{m\overline{RP}} = \frac{p}{q} = \frac{4}{3}$

(v) $\text{Cot}\ (m\angle P) = \frac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{RP}}{m\overline{QR}} = \frac{q}{r} = \frac{3}{4}$

(vi) $\text{Sec}\ (m\angle P) = \frac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{PR}}{m\overline{RP}} = \frac{r}{q} = \frac{5}{3}$

(vii) $\text{Cosec}\ (m\angle P) = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{RP}}{m\overline{QR}} = \frac{r}{p} = \frac{5}{4}$

ڪنڊ Q جي لحاظ کان

$$\text{(i)} \quad \text{Sin}(m\angle Q) = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{RP}}{m\overline{PQ}} = \frac{q}{r} = \frac{3}{5}$$

$$\text{(ii)} \quad \text{Cos}(m\angle Q) = \frac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \frac{m\overline{RQ}}{m\overline{PQ}} = \frac{p}{r} = \frac{4}{5}$$

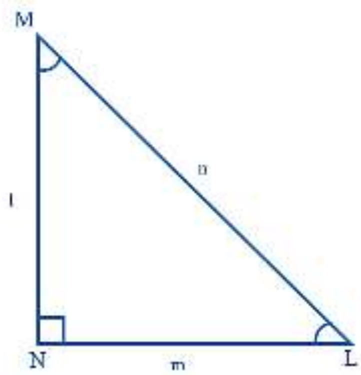
$$\text{(iii)} \quad \text{Tan}(m\angle Q) = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{PR}}{m\overline{QR}} = \frac{q}{p} = \frac{3}{4}$$

$$\text{(iv)} \quad \text{Cot}(m\angle Q) = \frac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{QR}}{m\overline{RP}} = \frac{p}{q} = \frac{4}{3}$$

$$\text{(v)} \quad \text{Sec}(m\angle Q) = \frac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \frac{m\overline{PQ}}{m\overline{QR}} = \frac{r}{p} = \frac{4}{5}$$

$$\text{(vi)} \quad \text{Cosec}(m\angle Q) = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{m\overline{PQ}}{m\overline{RP}} = \frac{r}{q} = \frac{5}{3}$$

جيڪڏهن اسن ترگناميٽرڪ نسبتن جو جائزو وٺون ته:



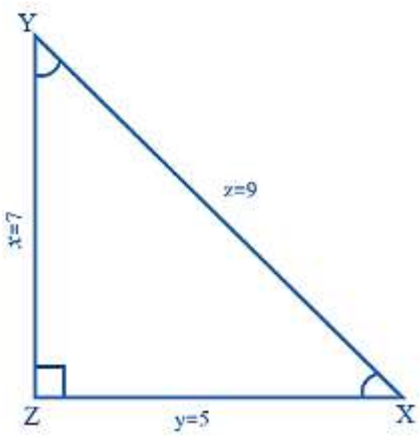
$$\text{Sin}(m\angle L) = \frac{1}{\text{Cosec}(m\angle L)}$$

$$\text{Cos}(m\angle L) = \frac{1}{\text{Sec}(m\angle L)}$$

$$\text{Tan}(m\angle L) = \frac{1}{\text{Cot}(m\angle L)}$$

۽

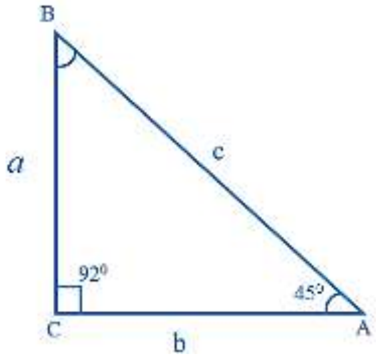
$$\text{Sin}(m\angle L) = \text{Cosec}(m\angle L) = 1$$
$$\text{Cos}(m\angle L) = \text{Sec}(m\angle L) = 1$$
$$\text{Tan}(m\angle L) = \text{Cot}(m\angle L) = 1$$



سرگرمي1:

گوني ڪنڊ ٽڪنڊي XYZ ۾ $m\angle X$ ۽ $m\angle Y$ جون نسبتون معلوم ڪريو.

حصو پيو: °30، °45 ۽ °60جون ٽرگناميٽري نسبتون معلوم ڪرڻ



(i) °30جي ڪنڊ جون ٽرگناميٽري نسبتون معلوم ڪرڻ

سامهون ڏنل شڪل ۾هڪ گوني ڪنڊ ٽڪندو ABC آهي جنهن ۾ $m\angle C = 90°$ ۽ $m\angle A = 30°$آهي. اسان ڄاڻون ٿا ته گوني ڪنڊ ٽڪندي ۾ °30 تي وتر جي قيمت عمود کان ٻيڻين ٿئي ٿي.

$$c = 2a$$

پيٿاگورس جي قانون مطابق:

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{بنياد})^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(2a)^2 = a^2 + b^2$$

$$4a^2 - a^2 = b^2$$

$$3a^2 = b^2$$

$$b^2 = 3a^2$$

$$b = \sqrt{3}a$$

(i) $\quad \text{Sin}30° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2}$

(ii) $\quad \text{Cos}30° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

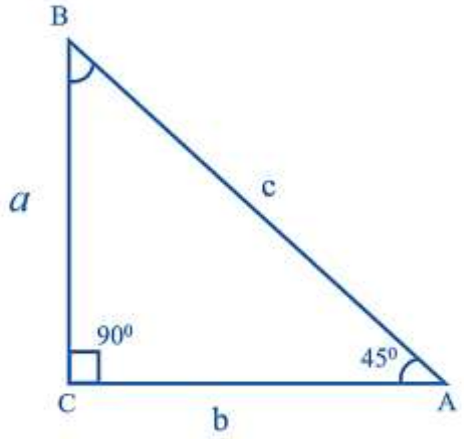
(iii) $\quad \text{Tan}30° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{a}{\sqrt{3}a} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(iv) $\quad \text{Cosec}30° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{BC}} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2a}{a} = 2$

(v) $\quad \text{Sec}30° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{AC}} = \dfrac{c}{b} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}a} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(vi) $\quad \text{Cot}30° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3}$

(ii) 45° جي ڪنڊ تي ٽرگناميٽري نسبتون معلوم ڪرڻ.



سامهون ڏنل شڪل ۾ ٽڪنڊو ABCگوني ڪنڊ ٽڪنڊو آهي جنهن ۾ $m\angle C = 90°$ ۽ $m\angle A = 45°$آهي.
اسان ڄاڻون ٿا ته هڪ ڪنڊ 45° جي ٿيندي ته ٻي ڪنڊ بہ 45° جي ٿيندي بهر حال ٽڪنڊي جي ٻن ڪندن جي برابري ان جي ٻن پاسن جي برابري جو هڪ دليل آهي.

$a = b$ يا $m\overline{BC} = m\overline{AC}$

پيٿا گورس جي قانون مطابق

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{بنياد})^2$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = a^2 + a^2$$
$$c^2 = 2a^2$$
$$c = \sqrt{2}a$$

(i) $\sin 45° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{\sqrt{2}a} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(ii) $\cos 45° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{a}{\sqrt{2}a} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

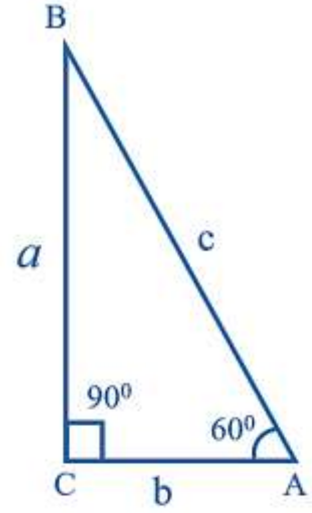
(iii) $\tan 45° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{a}{a} = 1$

(iv) $\text{Cosec}\,45° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{BC}} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$

(v) $\sec 45° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{AC}} = \dfrac{c}{b} = \dfrac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$

(vi) $\cot 45° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{a}{a} = 1$

(iii) 60° جي ڪنڊ تي ٽرگناميٽري نسبتون معلوم ڪرڻ



سامهون ڏنل شڪل ۾ ٽڪندو ABCهڪ گوني ڪنڊ ٽڪندو آهي جنهن ۾ $m\angle C = 90°$ ۽ $m\angle A = 60°$ آهي. اسان ڄاڻو ٿا ته گوني ڪنڊ ۾ 60° تي ان جو وتر بنياد کان ٻيڻو هوندو آهي.

$$c = 2b$$

پيٿاگورس جي قانون مطابق

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{بنياد})^2$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$(2b)^2 = a^2 + b^2$$
$$4b^2 - b^2 = a^2$$
$$a^2 = 3b^2$$
$$a = \sqrt{3}\,b$$

(i) $\quad \text{Sin}60° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{a}{c} = \dfrac{\sqrt{3}b}{2b} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(ii) $\quad \text{Cos}60° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{وتر}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{AB}} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{b}{2b} = \dfrac{1}{2}$

(iii) $\quad \tan60° = \dfrac{\text{عمود}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3}$

(iv) $\quad \text{Cosec}60° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{BC}} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2b}{\sqrt{3}b} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(v) $\quad \text{Sec}60° = \dfrac{\text{وتر}}{\text{بنياد}} = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{AC}} = \dfrac{c}{b} = \dfrac{2b}{b} = 2$

(vi) $\quad \text{Cot}60° = \dfrac{\text{بنياد}}{\text{عمود}} = \dfrac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{b}{\sqrt{3}b} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

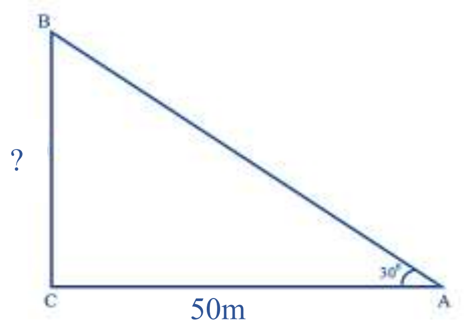
تنهنڪري °30، °45 ۽ °60 جي ٽرگناميٽرڪ تناسب جا قدر هن ريت آهن.

زاويو	Sinθ	Cosθ	Tanθ	Cotθ	Secθ	Cosecθ
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

حصو ٽيون: روزمره جي زندگيءَ ۾ اوچائي ۽ فاصلن کي معلوم ڪرڻ لاءِ ٽرگنوميٽرڪ نسبتن جو استعمال

ڪجهه شاگرد راند جي ميدان ۾ ويٺا هئا. انهن جي سامهون هڪ ڏگهي عمارت هئي ۽ اهي حيران ٿي رهيا هئا ته عمارت ڪيتري بلند هوندي؟ گهڻي سوچ ويچار کان پوءِ به هو سمجهي نه سگهيا. پوءِ ڪريم چيو، اچو ته استاد کان پڇون ٿا.

جڏهن شاگردن استاد کان پڇيو ته هن چيو ته اهو تمام آسان آهي. توهان سيني سکيو آهي ته ٽڪنڊي ڪي ڪيئن حل ڪجي. اچو ته اهو مسئلو حل ڪريون. اسان عمارت کي عمودي ليڪ سان ظاهر ڪيون ٿا ۽ پوءِ ان جي چيڙن کي B ۽ C نالو ڏيون ٿا پوءِ ٻارن کان پڇون ٿا ته توهان ڪٿي ويٺا آهيو؟ فرض ڪريو ته اوهان مقام A تي ويٺا آهيو ۽ عمارت جي اوچائي $\overline{BC}$ آهي ته انهن نقطن کي ملائڻ سان اوهان کي ڇا ملندو؟



سيني شاگردن گڏيل آواز ۾ چيو ته اهو هڪ ٽڪنڊو نهي ويو آهي جيڪو هڪ گوني ڪنڊ ٽڪنڊو آهي. استاد چيو ته اسان آساني سان معلوم ڪري سگهون ٿا ته اسان جي ۽ عمارت جي وچ ۾ ڪيترو مفاصلو آهي جيڪو AC آهي ۽ عمارت جي چوٽي ۽ توهان جي وچ ۾ ڪنڊ جو اندازو به لڳائي سگهجي ٿو.

فرض ڪريو $m\angle A = 30°$ ۽ $\overline{AC} = 50m$ آهي ۽ عمارت جي اوچائي $\overline{BC}$ کي ظاهر ڪري ٿي هاڻي اسان کي BC معلوم ڪرڻو آهي جيڪو شڪل ۾ ڏنل آهي.

$$\tan\angle A = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{m\overline{BC}}{50}$$

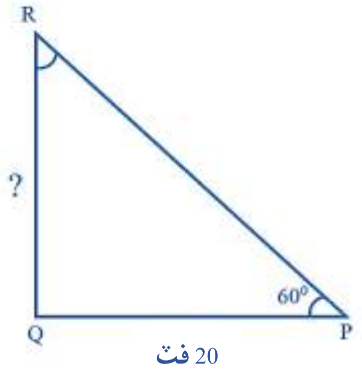
$$m\overline{BC} = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$m\overline{BC} = 28.86m$$

تنهنڪري، عمارت جي اوچائي 28.86 ميٽر آهي.

مثال1: ڪلاس روم جي پت تي لڳل گهڙيال جو زمين کان فاصلو معلوم ڪريو جيڪڏهن ديوار کان سامهون واري پت تائين فاصلو 20 فٽ آهي ۽ سامهون واري پت ۽ گهڙيءَ جي وچ ۾ نهندڙ ڪند °60 آهي.

حل: نقطي P ۽ گهڙي جي وچ ۾ ڪند °60 آهي ۽ گهڙيءَ جو زمين تائين جو فاصلو $\overline{RQ}$ آهي.



$$\tan\angle P = \frac{\text{عمود}}{\text{بنياد}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{RQ}}{20}$$

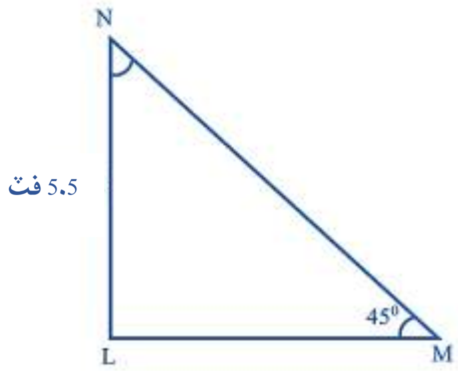
$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\overline{RQ}}{20}$$

$$\overline{RQ} = 20\sqrt{3}$$

$$\overline{RQ} = 34.64$$

ان ڪري، ڌرتيءَ کان گهڙيءَ جي وچ ۾ فاصلو 34.64 فٽ آهي.

مثال2: رشيد اُس ۾ بيٺو آهي. رشيد جو قد 5.5 فُٽ آهي ان جي پاڇي جي ڊيگهہ معلوم ڪريو جڏهن تہ هن جي ۽ پاڇي جي وچ ۾ نهنڊڙ ڪند 45° آهي.



حل:

$m\overline{NL} =$ 5.5فٽ

$m\angle M = 45°$

$m\overline{LM} = ?$

$\tan\angle M = \dfrac{\text{عمود}}{\text{بنياد}}$

$$\tan 45° = \frac{5.5}{\overline{LM}}$$

$$1 = \frac{5.5}{\overline{LM}}$$

$$m\overline{LM} = 5.5ft$$

تنهنڪري رشيد جو پاڇو 5.5 فٽ آهي

مشق نمبر 1

سوال 1: هڪ بانس جي ڊيگهه 10 فٽ آهي جيڪو پٽ جي سامهون بيٺو آهي ۽ زمين سان 30^0 ڪنڊ ٺاهي ٿو، بانس ۽ پٽ جي وچ ۾ فاصلو معلوم ڪريو؟

سوال 2: وڻ جي اوچائي معلوم ڪيو، جڏهن ته وڻ جي چوٽي ڪان جڳهه تائين 60^0 جي ڪنڊ ٺهي ٿي ان جڳهه ۽ وڻ جي وچ وارو فاصلو 25 ميٽر آهي.

سوال 3: ٻن ٿنڀن جي وچ واراو مفاصلو معلوم ڪريو انهن جي ڊيگهه 15 فٽ ۽ 16 فٽ آهي ۽ اهي هڪ نقطي سان 30^0 ۽ 45^0 جون ڪنڊون ٺاهي رهيا آهن.

سوال 4: جيڪڏهن ماڻهوءَ جي ڊيگهه ۽ سندس پاڇو برابر هجن ته هن جي مٿي ۽ پاڇي جي وچ ۾ ڪنڊ معلوم ڪريو؟

باب يارهون معلومات سهيڙڻ

حصو پهريون: تعدد ۽ تعددي تقسيم جي تعريف، تعددي جدول جي تعمير ۽ تعددي جدول مطابق بار چارٽ جي تعمير

بنيادي مواد ۾ ڪي مشاهدا (عددي قيمتون) بار بار اچن ٿا عددي قيمتن جي هن تعداد کي تعدد چئبو آهي ۽ علامت f سان ظاهر ڪبو آهي ابتدائي مواد کي گروپن يا گروهن ۾ تقسيم ڪرڻ فائديمند آهي. هڪ گروپ ۾ مواد جي تعداد کي گروپ فريڪيوئينسي (تعدد) سڏيو ويندو آهي ۽ انهي تعدد کي ٽيبل جي صورت ۾ تعددي تقسيم يا تعددي ٽيبل سڏيو ويندو آهي. تعددي ٽيبل جي ناهڻ ۾ هيٺيان مرحلا شامل آهن.

مرحلو 1: سڀ کان ننڍي ۽ سڀ کان وڏي قيمت معلوم ڪيو ۽ پوءِ ڏنل قاعدي جي مطابق جماعتي وقفي جي ويڪر جو اندازو لڳايو.

$$\text{جماعتي وقفو} = \frac{\text{سڀ کان وڏي قيمت} - \text{سڀ کان ننڍي قيمت}}{\text{جماعتن جو تعداد}}$$

مرحلو 2: برابر ماپ جا جماعتي وقفا لکو.

مرحلو 3: هيٺ ڏنل ڪالمن تي مشتمل ٽيبل ناهيو.

(i) جماعتي وقفو (ii) ٽيلي مارڪ (iii) تعدد

جماعتي وقفو	ٽيلي مارڪ	تعدد
0 – 10	ا ا ا	3

مثال1: انگريزيءَ جي امتحان ۾ 60 شاگردن 100 مارڪن مان هيٺيان نمبر حاصل ڪيا. هن مواد لاءِ تعددي ٽيبل ناهيو.

32, 50, 29, 0, 11, 95, 70, 9, 88, 15, 45, 12, 35, 52, 70, 65, 40, 45, 49, 27,
90, 30, 15, 52, 47, 88, 66, 19, 25, 69, 30, 2, 55, 66, 21, 25, 41, 65, 90, 48,
50, 26, 20, 30, 35, 48, 64, 28, 5, 19, 26, 38, 45, 55, 61, 73, 84, 91, 25, 60

مرحلو 1: حد (Range) **۾ جماعتي وقفي جي ويڪر**

گهٽ ۾ گهٽ قيمت = 0

وڏي قيمت = 95

جماعتن جو تعداد = 10

$$\text{جماعتي وقفو} = \frac{95-0}{10} = \frac{95}{10} = 9.5$$

$$= 10 \ (\text{تقريباً})$$

مرحلو 2: 10 **جماعتي وقفو ڏيندي** 0 – 10،11 – 20،21 – 30،31 – 40،41 – 50،51 – 60، 61 – 70،71 – 80،81 – 90،91 – 100

مرحلو 3: **ڏنل ڪالمن تي مشتمل ٽيبل ٺاهيو**

(i) **جماعتي وقفو** (ii) **ٽيلي مارڪ** (iii) **تعدد**

مرحلو 4: **ٽيلي نشانن جي ذريعي تعدد معلوم ڪريو ۽ عدد کي ٽيلي نشانن ۾ ظاهر ڪريو.**

عددن جي ٽيلي مارڪ ٽيبل

عدد	ٽيلي مارڪ	عدد	ٽيلي مارڪ	عدد	ٽيلي مارڪ
1	I	8	𝍸 III	15	𝍸 𝍸 𝍸
2	II	9	𝍸 IIII	16	𝍸 𝍸 𝍸 I
3	III	10	𝍸 𝍸	17	𝍸 𝍸 𝍸 II
4	IIII	11	𝍸 𝍸 I	18	𝍸 𝍸 𝍸 III
5	𝍸	12	𝍸 𝍸 II	19	𝍸 𝍸 𝍸 IIII
6	𝍸 I	13	𝍸 𝍸 III	20	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
7	𝍸 II	14	𝍸 𝍸 IIII	21	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 I

تعددي جدول

تعدد	ٽيلي مارڪ	وقفو	نمبر
4	IIII	0 – 10	1
7	𝍸 II	11 – 20	2
12	𝍸 𝍸 II	21 – 31	3
5	𝍸	31 – 40	4
10	𝍸 𝍸	41 – 50	5
5	𝍸	51 – 60	6
9	𝍸 IIII	61 – 70	7
1	I	71 – 80	8
5	𝍸	81 – 90	9
2	II	91 – 100	10

حصو ٻيو: مرڪزي رجحان جي ماپ کي بيان ڪريو ۽ غير گروپ ٿيل مواد جو مرڪزي رجحان معلوم ڪريو.

ڏکي خام مواد جي سمجھڻ ۽ ان مان نتيجو ڪڍڻ آسان نہ آهي. تنھنڪري خام مواد کي هڪ نمايان قدر ۾ ڏيکاري ظاهر ڪبو آهي. اهو وڏيڪ يا گھٽ مرڪزي قدر آهي. جنھن جي چوڌاري تقريبن سمورو مواد گڏ ٿيل نظر اچي ٿو. ان ڪري ان کي مرڪزي رجحان جي ماپ سڏيو ويندو آهي.

مرڪزي رجحان جا قدم هن ريت آهن.

(i) حسابي سراسري (ii) مڌيان (iii) ڪثرتي سراسري

(i) حسابي سراسري: هي سڀ کان وڌيڪ چاتل سڃاتل مرڪزي رجحان آهي. مثال طور:

ڪاشف هڪ امتحان ۾ مختلف مضمونن ۾ 70،50،75،65،61،59 ۽ 82 مارڪون حاصل ڪيون آهن، تہ ان جي سراسري هيٺ ڏنل طريقي سان معلوم ڪري سگھجي ٿي. ياد رهي تہ هي غير گروهي مواد آهي.

$$\text{سراسري} = \frac{70 + 50 + 75 + 65 + 61 + 59 + 82}{7}$$

$$\text{سراسري} = \frac{462}{7}$$

$$\text{سراسري} = 66$$

انهيءَ ڪري هن مواد جي قيمت يعني حسابي سراسري 66 آهي.

(ii) مڌيان: مڌيان اها رقم آهي جيڪا مواد کي ٻن حصن ۾ ورهائي ٿي. يعني مواد جو 50 سيڪڙو سراسري قيمت کان وڌيڪ آهي ۽ 50 سيڪڙو ان کان گھٽ آهي. تنھنڪري ان لاءِ ضروري آهي تہ مواد کي چڙهندي يا لهندي ترتيب ۾ لکيو وڃي، جڏهن تہ مواد غير گروهي آهي. جيڪڏهن رقمن جي قيمت (n) اڪي هجي تہ:

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{رقم}$$

جيڪڏهن (n) جي قيمت ٻڌي هجي تہ

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{n}{2}\right) \text{رقم} \qquad \text{۽} \qquad \left(\frac{n+2}{2}\right) \text{رقم}$$

۽ انهن ٻنهي رقمن جو سراسري مڌيان هوندي آهي.

مثال: هيٺ ڏنل انگن جو مڌيان معلوم ڪيون ٿا

11, 7, 8, 6, 5, 9, 10, 13, 6

حل: هن مثال ۾ رقمن جو تعداد اڪي آهي يعني 9

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{رقم}$$

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{9+1}{2}\right) \text{رقم}$$

$$\text{مڌيان} = \frac{10}{2} \text{رقم}$$

مڌيان= 5 رقم

هاڻي اسان هيٺ ڏنل مواد کي جيڪو غير گروهي آهي. وڌندڙ ترتيب سان لکنداسين.

5, 6, 6, 7, **<u>8</u>**, 9, 10, 11, 13

پنجين رقم 8 آهي انهيءَ ڪري هن مواد جو نمائندا مڌيان 8 آهي.

اچو تہ: هڪ ٻئي مثال تي غور ڪريون.

مثال: هيٺ ڏنل انگن جو مڌيان معلوم ڪريو.

55, 65, 60, 62, 70, 66, 58, 71

حل: هن مثال ۾ رقم جو تعداد 8 آهي. جيڪو ٻڌي آهي.

$$\text{پهرئين رقم} = \left(\frac{8}{2}\right) \text{رقم}$$

پهرئين رقم = 4 رقم

$$\text{ٻي رقم} = \left(\frac{8+2}{2}\right) \text{رقم}$$

$$\text{ٻي رقم} = \left(\frac{10}{2}\right) \text{رقم}$$

دٻي رقم = 5 رقم

سڀ کان پهريان سڀني رقمن کي وڌندي ترتيب ۾ لکو. جيئن:

55, 58, 60, **<u>62</u>**, **<u>65</u>**, 66, 70, 71

ان ڪري چوٿين ۽ پنجين رقم 65، 62 آهن ان ڪري:

$$\text{مڌيان} = \frac{\text{پهرين رقم+ٻي رقم}}{2}$$

$$\text{مڌيان} = \frac{65+62}{2} = \frac{127}{2} = 63.5$$

انهيءَ ڪري، هن مواد جو نمائندو مڌيان 63.5 آهي.

(i) **ڪثرتي سراسري:** اهي مقدار جيڪي مواد ۾ هڪ کان وڌيڪ ڀيرا اچن تا انهن کي ڪثرتي سراسري چئبو آهي. ڪنهن بہ مواد ۾ هڪ يا هڪ کان وڌيڪ ڪثرتي سراسريون ٿي سگهن ٿيون.

مثال1: رياضي جي امتحان ۾ 15 شاگردن جون مارڪون ڏنيون ويون آهن، اچو تہ ڪثرتي سراسري معلوم ڪريون.

72, 70, 25, 65, 85, 65, 49, 69, 70, 35, 80, 51, 65, 55, 60

حل: هن مواد ۾ 65 ٻين عددن ڪان وڌيڪ آيو آهي. تنهن ڪري، هن غير گروهي مواد جي ڪثرتي سراسري 65 آهي.

اچو تہ هڪ ٻئي مثال تي غور ڪريو.

مثال2: 10, 15, 9, 20, 17, 16, 21

حل: انهن نمبرن ۾ هڪ ڪان وڌيڪ تعداد ۾ ڪو بہ نمبر نہ آيو آهي. تنهنڪري مواد ۾ ڪو بہ ورجائيندڙ وارو عدد نہ آهي.

اچو تہ: هڪ ٻئي مثال تي غور ڪريون.

مثال3: 20, 25, 19, 7, 20, 30, 40, 25, 35

حل: هن مثال ۾ 20 ۽ 25 اهڙا عدد آهن جيڪي بہ ڀيرا آيا آهن. تنهنڪري هن مواد ۾ بہ ڪثرتي سراسريون 20، 25 آهن.

مشق نمبر 1

سوال 1: هيٺ ڏنل مواد جي سراسري ۽ ڪثرتي سراسري معلوم ڪريو.

(i) 24, 18, 16, 29, 18, 17, 21, 24

(ii) 75, 68, 87, 84, 49, 98, 69

(iii) 39, 55, 47, 39, 63, 44, 64, 56, 66, 38

(iv) 21, 74, 55, 83, 86, 44, 38, 45, 21

(v) 135, 215, 108, 250, 206, 206, 178, 108

(vi) 10, 4, 6, 5, 5, 7, 11, 12, 3

حصو ڻيون: حقيقي زندگي جا مسئلا حل ڪرڻ ۾ سراسري مڌيان، ۽ ڪثرتي سراسري جو استعمال

حسابي سراسري جو استعمال اسان جي روزاني زندگيءَ ۾ عام آهي. جيئن توهان اڪثر ٻڌو هوندو ته سراسري في ماڻهو آمدني، سراسري امتحان جون مارڪون، سراسري في اوور رنز، سراسري برسات وغيره.

مثال1: موسميات کاتي موجب هفتي جي مختلف ڏينهن جو گرمي پد هيٺ ڏنل آهي.

سومر	اڱارو	اربع	خميس	جمعو	ڇنڇر	آچر
39°	35°	40°	41°	40°	38°	42°

هن مواد تي غور ڪريو ۽ ان جي حسابي سراسري، مڌيان ۽ ڪثرتي سراسري ڳوليو.

حل: جيئن ته اسان ڄاڻون ٿا ته سراسري معلوم ڪرڻ لاءِ اسان سڀ کان پهريان مواد جي سڀني ميمبرن جو مجموعو ڳوليندا آهيون ۽ پوءِ رقم کي ميمبرن جي تعداد سان ونڊ ڪندا آهيون. تنهنڪري

$$\text{سراسري} = \frac{\text{مواد جي سڀني رقمن جو ڄوڙ}}{7}$$

$$\text{سراسري} = \frac{42° + 38° + 40° + 41° + 40° + 35° + 39°}{7}$$

$$\text{سراسري} = \frac{275^0}{7} = 39.28^0 = 39.3^0$$

تنهنڪري، سراسري گرمي پد 39.3^0 آهي.

اچو ته! هاڻي اسان هن مواد جي مڌيان کي معلوم ڪيو.

اسان ڄاڻون ٿا ته مڌيان کي ڳولهڻ لاءِ اسان سڀ کان پهرين مواد کي چڙهندي ترتيب ۾ لکون ٿا.

$$35°, 38°, 39°, 40°, 40°, 41°, 42°$$

ڇاڪاڻ ته رقمن جو تعداد اڪي آهي تنهنڪري

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{رقم}$$

$$\text{مڌيان} = \left(\frac{7+1}{2}\right) \text{رقم} \qquad = \frac{8}{2} \qquad = \qquad 4$$

يعني مڌيان 4 رقم 40^0 آهي.

اچو تہ هاڻي ڪثرتي سراسري معلوم ڪريون.

جيڪڏهن توهان هن مواد کي غور سان ڏسو 40^0 هڪ رقم آهي جيڪا ٻہ ڀيرا آئي آهي. تنهن ڪري هن مواد جي ڪثرتي سراسري 40^0 آهي.

سرگرمي: هڪ گروپ ۾ 25 شاگرد آهن. انهن رياضي، انگريزي ۽ سائنس ۾ امتحان ڏنو. هيٺ ڏنل تنهي ٽيسٽ جا نتيجا آهن. الڳ الڳ ٽن ٽيسٽن جو سراسري معلوم ڪريو ۽ ٻڌايو تہ ڪهڙي مضمون ۾ بهتر شرح آهي. هر سبجيڪٽ 100 مارڪس جا آهن.

رياضي: 80, 25, 70, 35, 49, 83, 40, 10, 65, 70, 79, 82, 55, 40, 15, 85, 59, 44, 71, 85, 30, 90, 85, 50, 60

انگريزي: 60, 71, 30, 45, 61, 25, 35, 11, 42, 50, 52, 40, 80, 20, 79, 38, 45, 25, 50, 38, 44, 45, 19, 27, 25

سائنس: 56, 58, 74, 24, 15, 30, 47, 50, 36, 48, 39, 55, 33, 64, 55, 61, 65, 78, 41, 57, 29, 49, 56, 63, 68

مشق نمبر 2

سوال 1: شاهد اخبارون وڪڻي ٿو. هن هفتي ۾ هر روز هيٺيون اخبارون وڪرو ڪيون

55, 65, 70, 60, 56, 51, 50

هو روزانو سراسري طور تي ڪيتريون اخبارون وڪڻي ٿو؟

سوال 2: پاڪستاني ڪرڪيٽ ٽيم جي رانديگرن هيٺيون رنسون ناهيون:

99, 35, 40, 15, 26, 50, 100, 0, 10, 16, 35

ٻڌايو تہ في رانديگر اوسطن ڪيتريون رنسون ناهيون؟ ان سان گڏ مڌيان ۽ ڪثرتي سراسري بہ معلوم ڪريو.

سوال 3: ڪارخاني ۾ ملازمن جي پگهار بلترتيب 35000 رپيا، 20000 رپيا، 25000 رپيا، 10000 رپيا، 50000 رپيا، 25000 رپيا، 40000 رپيا، 25000 رپيا ۽ 20000 رپيا ملازمن جي سراسري آمدني معلوم ڪريو؟

سوال 4: زويا هڪ هفتي ۾ 300 صفحن جو ڪتاب مڪمل ڪيو، تہ هن سراسري طور تي روزانو ڪيترا صفحا پڙهيا؟

سوال 5: شاهد آفريدي طرفان 5 رنسون في اوور جي شرح سان 60 رنسون ناهيون ٻڌايو تہ هن مجموعي طور ڪيترا اوور ڪيڏيا؟

پاڪ سَر زمين شادبَاد — ڪِشورِ حسين شادبَاد

تُونِشانِ عزّمِ عالِي شان — اَرضِ پاڪستان

مرڪزِ يقين شاد بَاد

پاڪ سَرزمين ڪا نِظام — قُوّتِ اُخُوّتِ عوام

قوم، مُلڪ، سَلطنت — پائنِده تابِنده باد

شاد بَاد منزلِ مراد

پَرچَمِ ستاره و هلال — رَهبرِ ترقّي و ڪمال

ترجمانِ ماضي، شانِ حال — جانِ اِستقبال

سَايہ خُدائي ذُوالجلال

Directorate of Curriculum Assessment & Research (DCAR)

School Education & Literacy Department, Government of Sindh

Directorate of Literacy & Non-Fomal Education

Tel: +92-21-99217771 E-mail: infesindh@gmail.com Web: www.infesindh.gos.pk